ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ**

**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

**ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ**

**ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚA**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

Δίνεται ο πίνακας συχνοτήτων

**xi**

**Συχνότητα vixi**

**Σχετική**

**Συχνότητα Συχνότητα %**

**(fi) (fi%)**

**Σχετική**

**(vi)**

1

2

3

4

12

15

8

5

5

10

Αθροί-

σματα

**α.** Να γράψετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα

και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 19**

**β.** Να βρείτε τη μέση τιμή.

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ 2ο**



1 2

Δίνεται ο πίνακας Α=





3



1



2

**α.** Να υπολογίσετε τον πίνακα Α

**Mονάδες 8**

**β.** Να βρείτε τον πίνακα Β=xΑ+yΙ, όπου x,y πραγματικοί



1 0

αριθμοί και Ι=





0

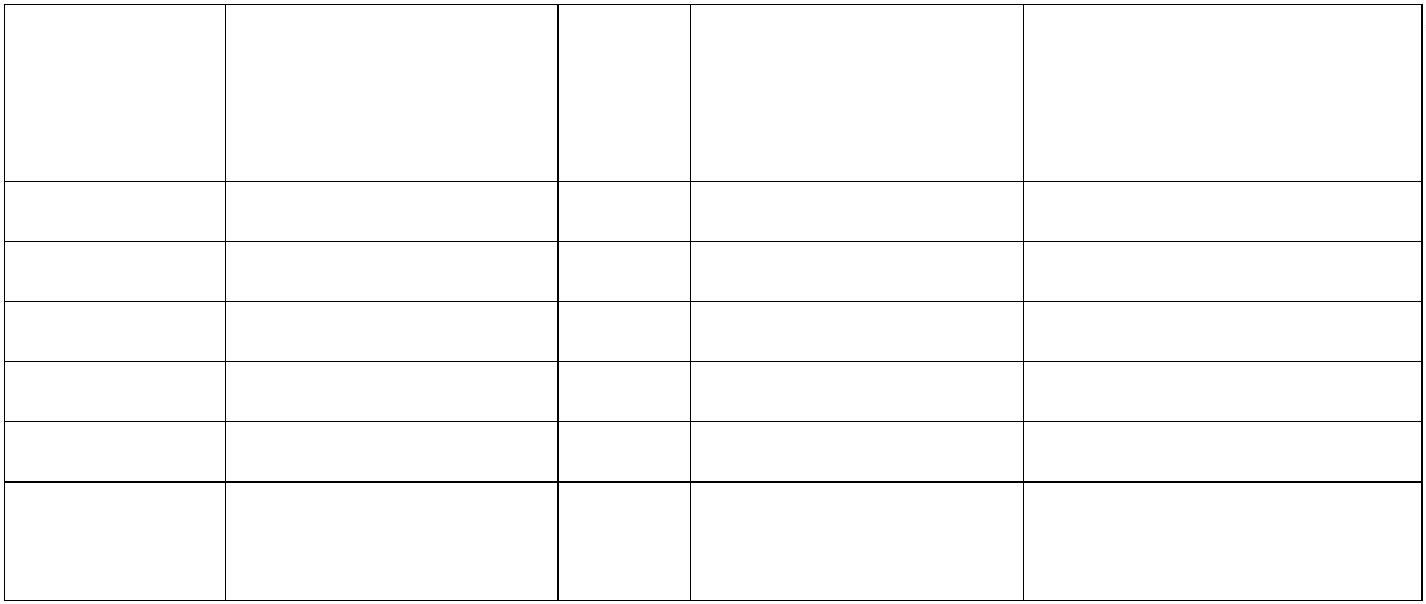
1





**Mονάδες 7**

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**γ.** Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί x,y ώστε Α2=Β.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η συνάρτηση f: RR, με

f(x) = **** 2x3 **** 3x2+12x+

2

**α.** Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης f.

**Μονάδες 5**

**β.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

**Μονάδες 10**

**γ.** Να βρείτε τα σημεία στα οποία η συνάρτηση f

παρουσιάζει τοπικά ακρότατα.

**Μονάδες 5**

**δ.** Να υπολογίσετε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης f.

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:



2



 

x 5x 6

,

x  3



x  3

f(x)= 





2

2

λ x  3λx  1, x  3



όπου λ πραγματικός αριθμός. Να βρείτε:

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**α.**

**β.**

lim **f(x)**



x3

**Μονάδες 8**

**Μονάδες 5**

lim **f(x)**

–

x3

**γ.** Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ για τις

οποίες η συνάρτηση f είναι συνεχής στο xo=3.

**Μονάδες 12**

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)**

1

2

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά

(ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην

τα αντιγράψετε στο τετράδιο.

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των

φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν

επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το

τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3

4

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.

. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι

αποδεκτή.

5

6

. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη

διανομή των φωτοαντιγράφων.

**KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΑΡΧΗ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ ΕΙ∆ΙΚΟΤΗΤΑΣ

Τ.Ε.Λ.

ΣΑΒΒΑΤΟ 16 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΑΠΟΦΟΙΤΟΥΣ

ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΤΟΜΕΩΝ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΖΗΤΗΜΑ 1ο

⎡

1 1⎤

Α. α) ∆ίνεται ο πίνακας M =

⎢

⎥

2

3

⎦

⎣

2

Να υπολογίσετε τον πίνακα Ν = Μ - 4Μ + Ι2

β) ∆ίνεται ότι ο πίνακας Α έχει διάσταση 3 Χ 2,

ο πίνακας Β

πίνακας ∆

1 Χ4, ο πίνακας Γ

2 Χ 1 και ο πίνακας Ε 2 Χ 4. Να

4 Χ 3, ο

βρείτε ποιες από τις παρακάτω πράξεις

Β ⋅ Γ, Β ⋅ ∆, ∆ ⋅ Β + 3Ε, Α2 και Α + Β

ορίζουν πίνακες και να βρείτε τις διαστάσεις

των πινάκων αυτών.

Β. α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που

διέρχεται από το σηµείο Α(0 , 1) και έχει

συντελεστή διεύθυνσης - 2

β) Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

x−1

ex − e

⎛ 1 8

⎞

⎠

lim

x→1

,

lim ⎜ − + 2004⎟

⎝ x

2

x

x→ −∞

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΖΗΤΗΜΑ 2ο

Α. α) Η γενέτειρα λ ενός κώνου είναι 17 cm και το

ύψος του 15 cm. Να βρείτε την ακτίνα της βάσης

του και τον όγκο του.

β) ∆ίνεται η συνάρτηση f µε τύπο

⎧

x2 −9

x+3

α

⎪

, x≠ − 3

f(x)=

⎨

⎪

,

x= − 3

⎩

Να βρείτε την τιµή του πραγµατικού αριθµού α,

ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο x0 = -3

Β. Να µεταφερθεί στο τετράδιό σας και να

συµπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

Συνάρτηση

Πρώτη παράγωγος

f

f΄

lnx, x > 0

.....................

1

,

x ≠ 0

.

....................

x

ηµx

συνx

.....................

.....................

.

....................

x , x > 0

ΖΗΤΗΜΑ 3ο

Α. Η χωρητικότητα σε λίτρα των πνευµόνων ενός

ανθρώπου ηλικίας x ετών δίνεται από τη

1

1

συνάρτηση f(x)= −

x + x+ 4 , 10 ≤ x ≤ 35.

2

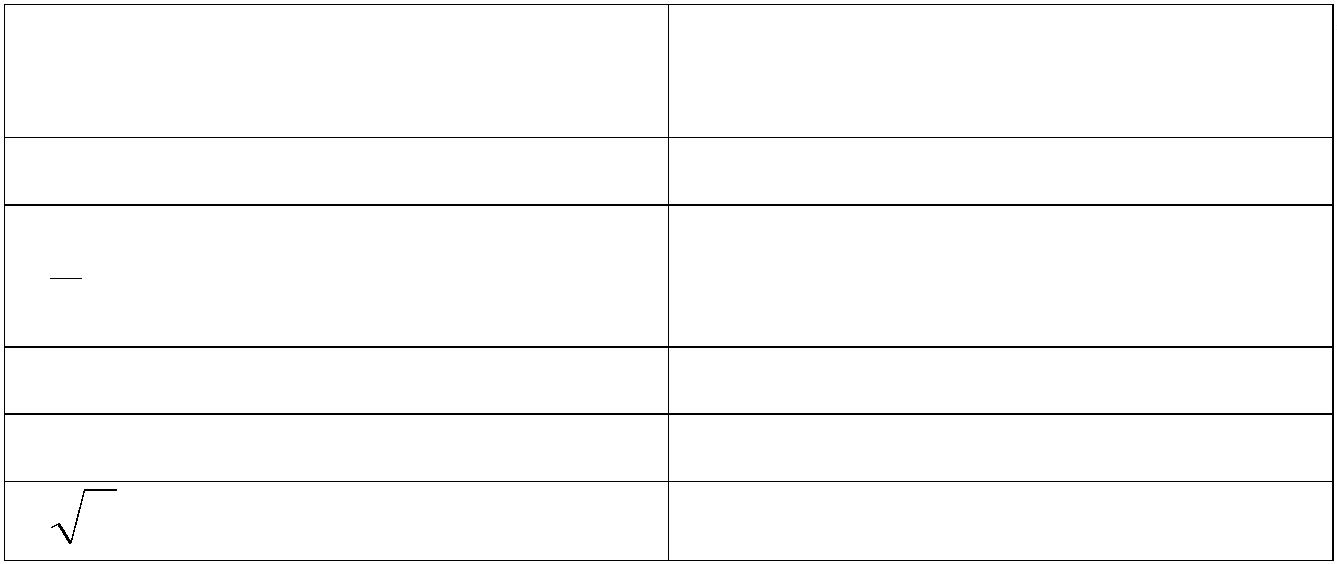
200

5

Σε ποια ηλικία οι πνεύµονες του ανθρώπου έχουν

τη µέγιστη χωρητικότητα;

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

Β. ∆ίνονται οι συναρτήσεις f και g µε τύπους

f(x) = 1-x2 και g(x) = x - 1

Να βρείτε το πεδίο ορισµού, τον τύπο και την

παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων:

g

f + g ,

f

ΖΗΤΗΜΑ 4ο

2

2

Α. α) Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση x - 6x + y - 8y = 0

παριστάνει κύκλο και να προσδιοριστεί το

κέντρο και η ακτίνα αυτού του κύκλου.

β) Να βρεθούν τα σηµεία τοµής του παραπάνω

κύκλου µε τον άξονα y΄ y.

Β. ∆έκα κοινότητες ενώθηκαν σε ένα ∆ήµο σύµφωνα

µε το σχέδιο "ΙΩΑΝΝΗΣ ΚΑΠΟ∆ΙΣΤΡΙΑΣ". Ο

πληθυσµός του ∆ήµου αυτού t χρόνια µετά την

ένωση δίνεται από τη συνάρτηση µε τύπο

t

t

P(t)=10t e −100e +10100 , 0≤ t ≤22

10

10

t

α) Να αποδείξετε ότι Ρ΄ (t) = te10

β) Να βρεθεί ο ρυθµός µεταβολής του πληθυσµού

1

0 χρόνια µετά την ένωση (στο τελικό

αποτέλεσµα να λάβετε e = 2,7) .

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ

. Στο τετράδιο να γράψετε µόνο τα προκαταρκτικά

(ηµεροµηνία, εξεταζόµενο µάθηµα). ∆εν θα αντιγράψετε

τα θέµατα στο τετράδιο, εκτός από τη µεταφορά του

πίνακα του θέµατος 2Β.

. Στην πρώτη σελίδα των φωτοαντιγράφων να γράψετε το

ονοµατεπώνυµό σας στο πάνω µέρος αµέσως µόλις σας -

παραδοθούν. ∆εν επιτρέπεται να γράψετε καµιά άλλη

σηµείωση.

1

2

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε µαζί µε το

τετράδιο

και

τα

φωτοαντίγραφα,

τα

οποία

καταστρέφονται µετά την παράδοσή τους.

. Να απαντήσετε σε όλα τα ζητήµατα.

. Να χρησιµοποιηθεί τόσο στις απαντήσεις των θεµάτων

όσο και στα σχήµατα MONO στυλό διαρκείας χρώµατος

µπλε ή µαύρου.

3

4

5

. ∆εν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού (Blanco) και

υπολογιστή τσέπης.

6

7

. Επιτρέπεται η χρήση οργάνων σχεδίασης.

. Κάθε

λύση

επιστηµονικά

τεκµηριωµένη

είναι

αποδεκτή.

8

. ∆ιάρκεια εξέτασης υποψηφίων τρεις (3) ώρες µετά τη

διανοµή των φωτοαντιγράφων. ∆υνατή αποχώρηση µία

(1) ώρα µετά την έναρξη της εξέτασης.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΕΙ∆ΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙ∆ΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2002

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚA

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ 1ο

Οι βαθµοί των 11 µαθητών µιας τάξης ενός Τ.Ε.Ε. σε ένα

µάθηµα είναι:

1

2, 12, 9, 15, 12, 16, 17, 7, 19, 18, 17.

Για τα δεδοµένα αυτά:

α. Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων.

Μονάδες 5

Μονάδες 5

Μονάδες 5

Μονάδες 5

Μονάδες 5

β. Να βρείτε τη µέση τιµή.

γ. Να βρείτε την επικρατούσα τιµή.

δ. Να βρείτε τη διάµεσο.

ε. Να βρείτε τη διακύµανση.

ΘΕΜΑ 2ο

∆

ίνεται η συνάρτηση f: IR→IR,µε

1

1

3

2

f (x) = x − x + ln2 .

3

2

α. Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης f.

Μονάδες 8

β. Να βρείτε τις τιµές f΄(0) και f΄ (1).

Μονάδες 5

γ. Να µελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη µονοτονία.

Μονάδες 12

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΘΕΜΑ 3ο

ίνεται η συνάρτηση f µε τύπο:

⎧λx2 −1, x ≥ 1

∆

f (x) =⎨

x + 2, x < 1

⎩

όπου λ πραγµατικός αριθµός.

lim f(x)

x→1

α. Να βρείτε το όριο

β. Να βρείτε το όριο

+

Μονάδες 10

Μονάδες 10

lim f(x)

−

x→1

γ. Να υπολογίσετε το λ ώστε η συνάρτηση να είναι

συνεχής στο x0 = 1 .

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4ο

∆

ίνεται η συνάρτηση f: IR→IR

3

µε f(x)=λx -x όπου λ πραγµατικός αριθµός, για την οποία

ισχύει ότι

lim f(x) = 1.

x→1

α. Να βρείτε την τιµή του λ .

Μονάδες 10

β. Για την τιµή του λ που βρήκατε, να υπολογίσετε την

παράγωγο της συνάρτησης f .

Μονάδες 8

1

∫

γ. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωµα

f(x) dx .

0

Μονάδες 7

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

Ο∆ΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόµενους)

. Στο τετράδιο να γράψετε µόνο τα προκαταρκτικά

(ηµεροµηνία, εξεταζόµενο µάθηµα). Τα θέµατα να µην

τα αντιγράψετε στο τετράδιο.

. Να γράψετε το ονοµατεπώνυµό σας στο πάνω µέρος των

φωτοαντιγράφων αµέσως µόλις σας παραδοθούν. ∆εν

επιτρέπεται να γράψετε καµιά άλλη σηµείωση.

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε µαζί µε το

τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

1

2

3

4

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέµατα.

. Κάθε απάντηση επιστηµονικά τεκµηριωµένη είναι

αποδεκτή.

5

6

. ∆ιάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες µετά τη διανοµή των

φωτοαντιγράφων.

. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα µετά τη

διανοµή των φωτοαντιγράφων.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙꢀΑΣ

ΕΙꢀΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓꢁΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤꢁΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΗΜΕΡΗΣΙꢁΝ

ΤΕΧΝΙΚꢁΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚꢁΝ ΕΚΠΑΙꢀΕΥΤΗΡΙꢁΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ **11** ΙΟΥΝΙΟΥ **2003**

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ**:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚ**A**

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙꢀꢁΝ**:** ΤΡΕΙΣ **(3)**

ΘΕΜΑ **1**ο

Μια ꢁεταβλητή παίρνει τις τιꢁές :

5

, 3, 3ω, 3, 2ω, 3, 3ω, ω

ꢁε ω>0

−

α**)** Αν η ꢁέση τιꢁή τους είναι x =4 , να

αποδείξετε ότι ω=2.

Μονάδες **7**

β**)** Για ω=2 να βρείτε :

**i)** Το εύρος των τιꢁών.

Μονάδες **5**

**ii)** Την επικρατούσα τιꢁή.

Μονάδες **5**

**iii)** Την τυπική απόκλιση.

Μονάδες **8**

ΘΕΜΑ **2**ο



2

x +6x−7



,

~~x−1~~



ꢀ

ίνεται

η

συνάρτηση f(x) =



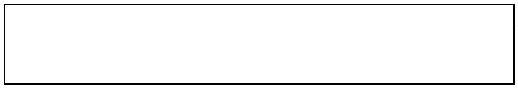
λ − 2 ,



αν x≠ 1

αν x= 1

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙꢀΑΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙꢀΑΣ

όπου λ∈IR .

α**)** Να βρείτε το f(0) και το f(2) .

Μονάδες

**6**

2

+ −

x 6x 7

lim

β**)** Να βρείτε το

.

x −1

x 1

→

Μονάδες **10**

γ**)** Να βρείτε το λ, ώστε η συνάρτηση f να

είναι συνεχής στο x0=1.

Μονάδες **9**

ΘΕΜΑ **3**ο

ꢀ

ίνεται η συνάρτηση f(x)= lnx+x-1 ꢁε x>0

α**)** Να βρείτε το f(1) .

Μονάδες **4**

β**)** Να βρείτε την f΄(x) και την f΄΄(x) .

Μονάδες

**1**

**4**

γ**)** Να δείξετε ότι

η

συνάρτηση f είναι

γνησίως αύξουσα για κάθε x>0 .

Μονάδες **7**

ΘΕΜΑ **4**ο

Το ύψος (σε m)

που

βρίσκεται

ένα

τηλεκατευθυνόꢁενο ꢁοντέλο αεροπλάνου, ꢁετά

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙꢀΑΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙꢀΑΣ

από χρόνο πτήσης t (sec) δίνεται από τη

συνάρτηση:

f(t) =-3t2 + 30t ,

≤ ≤

όπου 0 t 10

α**)** Σε ποιο ύψος βρίσκεται το αεροπλάνο τη

χρονική στιγꢁή t=0;

Μονάδες

**5**

β**)** Να βρείτε το ρυθꢁό ꢁεταβολής του ύψους

του αεροπλάνου ꢁετά από χρόνο t.

Μονάδες **7**

γ**)** Να βρείτε το χρονικό διάστηꢁα κατά το

οποίο το αεροπλάνο ανεβαίνει, καθώς και το

χρονικό διάστηꢁα κατά το οποίο κατεβαίνει.

Μονάδες **7**

δ**)** Να βρείτε τη χρονική στιγꢁή t κατά την

οποία το αεροπλάνο βρίσκεται στο ꢁέγιστο

ύψος, καθώς και το ύψος αυτό.

Μονάδες

**6**

ΟꢀΗΓΙΕΣ **(**για τους εξεταζόꢂενους**)**

1

2

. Στο

προκαταρκτικά (ηꢁεροꢁηνία,

άθηꢁα). Τα θέꢁατα να ꢁην τα αντιγράψετε

στο τετράδιο.

. Να γράψετε το ονοꢁατεπώνυꢁό σας στο πάνω

έρος των φωτοαντιγράφων αꢁέσως ꢁόλις σας

τετράδιο

να

γράψετε

ꢁόνο

εξεταζόꢁενο

τα

ꢁ

ꢁ

παραδοθούν. ꢀεν επιτρέπεται να γράψετε

καꢁιά άλλη σηꢁείωση.

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε ꢁαζί

ꢁ

ε το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα

θέꢁατα.

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙꢀΑΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙꢀΑΣ

4

5

6

. Κάθε απάντηση επιστηꢁονικά τεκꢁηριωꢁένη

είναι αποδεκτή.

. ꢀιάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες ꢁετά τη

διανοꢁή των φωτοαντιγράφων.

. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα

ꢁ

ετά τη διανοꢁή των φωτοαντιγράφων.

**K**ΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙꢀΑΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΕΙ∆ΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙ∆ΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 09 ΙΟΥΝΙΟΥ 2004

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚA

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ 1ο

Εξετάσαµε δείγµα 25 οικογενειών µιας πόλης, ως προς τον

αριθµό των παιδιών τους. Τα αποτελέσµατα φαίνονται

στον παρακάτω πίνακα:

Αριθµός παιδιών

Συχνότητα

Αθροιστική

Συχνότητα

Σχ. Συχνότητα (%)

xi

vi

fi %

0

4

1

2

5

4

3

2

3

4

5

Αθροίσµατα

α) Να µεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας

και να τον συµπληρώσετε.

Μονάδες 5

β) Να βρείτε την επικρατούσα τιµή.

Μονάδες 5

γ) Να βρείτε τη διάµεσο.

Μονάδες 5

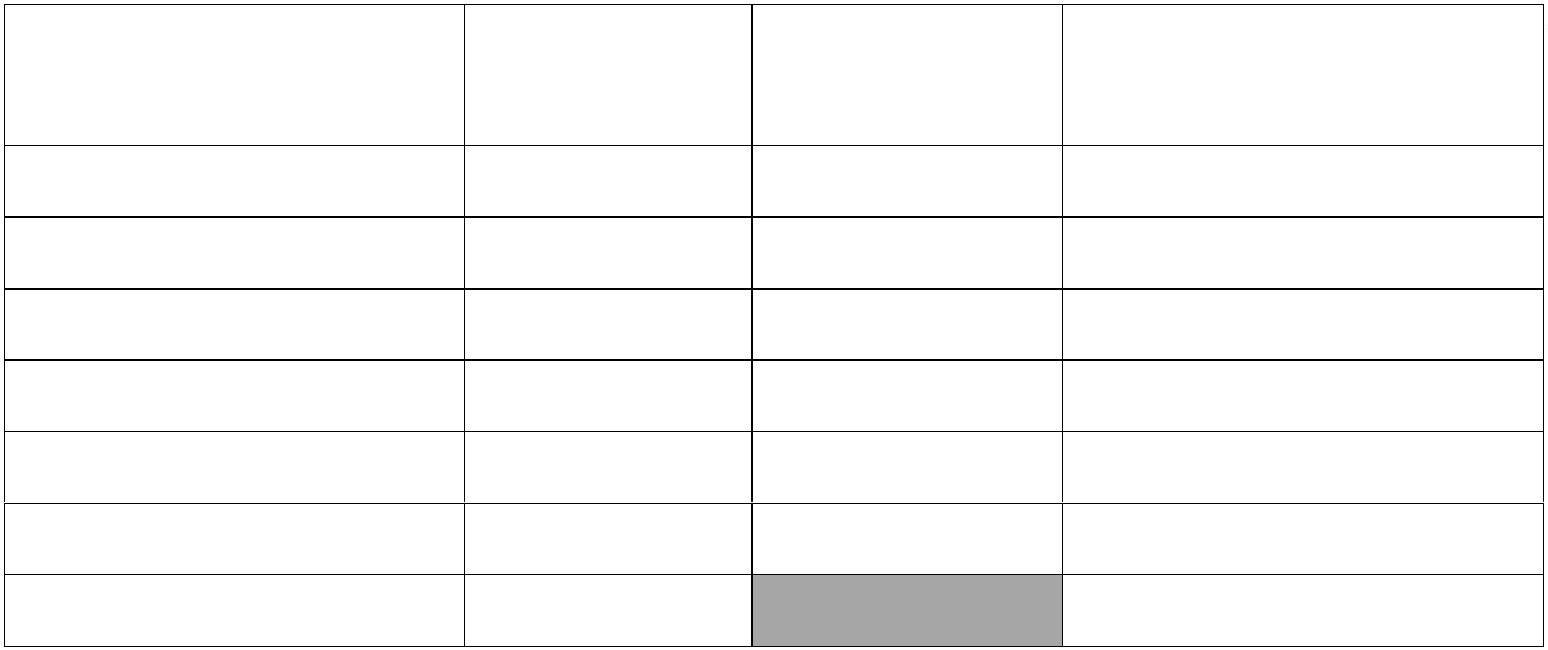
Μονάδες 5

δ) Τι ποσοστό οικογενειών έχει τρία παιδιά;

ε) Πόσες οικογένειες έχουν µέχρι και δύο παιδιά;

Μονάδες 5

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΘΕΜΑ 2ο

2

x −18

x −3



,

x > 9

x ≤ 9



∆

ίνεται η συνάρτηση f(x)=





,



λx +3

όπου λ∈IR.

α

)

Ν

α

β

ρ

ε

ί

τ

ε

τ

ο

l

i

m

f

(

x

)

Μονάδες 12

Μονάδες 5

+

x→9

β

)

Ν

α

β

ρ

ε

ί

τ

ε

τ

ο

l

i

m

f

(

x

)

−

x→9

γ) Να βρείτε το λ, ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής

στο x0=9. Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 3ο

ίνεται η συνάρτηση f :IR→IRµε

∆

3

2

∈

f(x)=2x -9x +αx+β µε α,βIR

α) Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης f.

Μονάδες 5

β)Αν f΄(1)=0 και f(2)=5, να βρείτε τα α και β.

Μονάδες 10

γ)Για τις τιµές των α και β που βρήκατε στο ερώτηµα (β),

να µελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη µονοτονία.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Το άθροισµα του µήκους και του πλάτους ενός οικοπέδου, σχήµατος

ορθογωνίου παραλληλογράµµου, είναι 200 µέτρα. Αν το µήκος του

είναι x µέτρα:

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

α) Να αποδείξετε ότι το εµβαδόν του οικοπέδου ως συνάρτηση του

x δίνεται από τον τύπο

Ε(x)= -x2+200x.

Μονάδες 5

β) Για ποια τιµή του x το εµβαδόν του οικοπέδου γίνεται

µέγιστο;

Μονάδες 10

γ) Να υπολογίσετε τη µέγιστη τιµή του εµβαδού του

οικοπέδου. Μονάδες 10

Ο∆ΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόµενους)

1

2

. Στο τετράδιο να γράψετε µόνο τα προκαταρκτικά

(ηµεροµηνία, εξεταζόµενο µάθηµα). Τα θέµατα να µην

τα αντιγράψετε στο τετράδιο.

. Να γράψετε το ονοµατεπώνυµό σας στο πάνω µέρος των

φωτοαντιγράφων αµέσως µόλις σας παραδοθούν. ∆εν

επιτρέπεται να γράψετε καµιά άλλη σηµείωση.

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε µαζί µε το

τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3

4

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέµατα.

. Κάθε απάντηση επιστηµονικά τεκµηριωµένη είναι

αποδεκτή.

5

6

. ∆ιάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες µετά τη διανοµή των

φωτοαντιγράφων.

. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα µετά τη

διανοµή των φωτοαντιγράφων.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΕΙ∆ΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙ∆ΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΡΙΤΗ 14 ΙΟΥΝΙΟΥ 2005

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚA

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

Ερωτήθηκαν 50 μαθητές ενός σχολείου για τον αριθμό των

βιβλίων που διάβασαν στις διακοπές. Τα αποτελέσματα της

έρευνας φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Τιμές

Συχνότητα Αθροιστική

xi

vi

Συχνότητα

xi vi

0

11

25

42

47

50

1

2

3

4

Αθροίσματα

α) Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό

σας και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 8

β) Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων.

Μονάδες 8

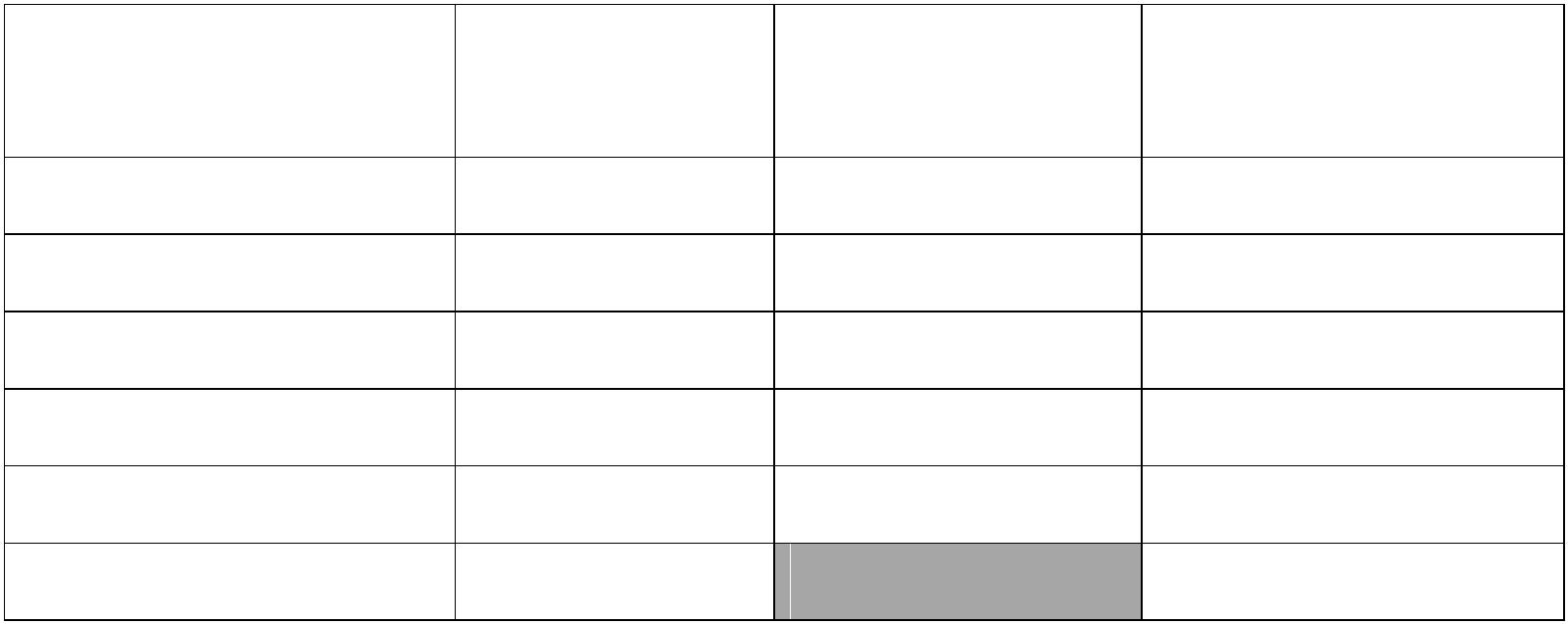
γ) Να βρείτε τη διάμεσο των παρατηρήσεων.

Μονάδες 5

δ) Να βρείτε το εύρος των τιμών.

Μονάδες 4

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΘΕΜΑ 2ο

∆

ίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

⎧

x2 − 1

x − 1

⎪

,

,

x < −1

⎪

⎪

f(x)=

⎨

κx + μ

−

1 ≤ x ≤ 1

x > 1

⎪

⎪

2

⎪

,

x + 2x + 5 + lnx

⎩

όπου κ,μ πραγματικοί αριθμοί

α) Να βρείτε το lim f(x)

Μονάδες 4

Μονάδες 4

Μονάδες 4

Μονάδες 4

–

x→ –1

lim f(x)

x→ –1

β) Να βρείτε το

+

γ) Να βρείτε το lim f(x)

–

x→ 1

δ) Να βρείτε το lim f(x)

+

x→ 1

ε) Να βρείτε τα κ και μ, ώστε να υπάρχουν ταυτόχρονα

Μονάδες 9

τα lim f(x) και lim f(x)

x→ –1

x→ 1

ΘΕΜΑ 3ο

∆

ίνεται η συνάρτηση f : IR →IR,της οποίας η πρώτη

παράγωγος έχει τύπο: f΄(x) = x2–2x.

α) Να δείξετε ότι f΄(0) = 0 και f΄(2) =0.

Μονάδες 4

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

β) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 6

γ) Να βρείτε την f΄΄(x).

Μονάδες 6

δ) Για ποιες τιμές του x η f παρουσιάζει ακρότατα και

ποιο είναι το είδος των ακρότατων;

Μονάδες 4

ε) Αν f(0) = 2005, να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4ο

Μια ομάδα βιολόγων προτείνει να ληφθούν μέτρα για τη

διάσωση ενός είδους δελφινιών. Μετά την εφαρμογή των

μέτρων εκτιμάται ότι ο αριθμός των δελφινιών εκφράζεται

από τη συνάρτηση N(t) = 2t – t + 5t + 1000, 0 ≤ t ≤ 10, όπου t

3

2

ο χρόνος σε έτη.

α) Πόσα δελφίνια υπάρχουν κατά την έναρξη εφαρμογής

των μέτρων (t = 0);

Μονάδες 5

β) Να βρείτε το ρυθμό αύξησης του πληθυσμού των

δελφινιών.

Μονάδες 8

γ) Να βρείτε το ρυθμό αύξησης του πληθυσμού των

δελφινιών το δεύτερο έτος.

Μονάδες 7

δ) Πόσα δελφίνια θα υπάρχουν σε δέκα (10) έτη;

Μονάδες 5

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά

(ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην

τα αντιγράψετε στο τετράδιο.

1

2

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος

των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν.

∆

εν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το

τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3

4

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.

. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι

αποδεκτή.

5

6

. ∆ιάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη

διανομή των φωτοαντιγράφων.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΕΙ∆ΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙ∆ΕΥΤΗΡΙΩΝ

TETAΡΤΗ 14 ΙΟΥΝΙΟΥ 2006

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚA

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

∆

ίνονται 5 παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής X:

1

6, 14, 22, 18, 20 + α, όπου α∈IR .

Αν ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) των παρατηρήσεων

αυτών είναι 20% και η τυπική απόκλισή τους (s) είναι 4,

τότε:

α) Να δείξετε ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι

x− = 20 .

Μονάδες 7

β) Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού α.

Μονάδες 10

γ) Για την τιμή του α που υπολογίσατε στο ερώτημα β, να

βρείτε τη διάμεσο του δείγματος.

Μονάδες 5

δ) Είναι το δείγμα ομοιογενές ή όχι και γιατί.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2ο

∆

ίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

3

−

∈

f(x) = 4x 12x+2006, xIR .

α) Να βρεθεί η παράγουσα της f.

Μονάδες 8

β) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της f για κάθε x∈IR.

Μονάδες 8

γ) Να εξεταστεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 9

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω α, β πραγματικοί αριθμοί και συνάρτηση f με τύπο:

⎧

2 −

x 4

x− 2

⋅

α ,

αν x > 2

⎪

⎪

⎪

⎪

f(x)= 4 ,

αν x = 2

⎨

⎪

⎪

⎪

αx+ β ,

αν x < 2 .

⎪

⎩

α) Να βρείτε το lim f(x) .

x→ 2+

Μονάδες 8

Μονάδες 5

β) Να βρείτε το lim f(x) .

x→ 2–

γ) Να υπολογίσετε τα α, β ώστε η f να είναι συνεχής στο

x0 = 2.

Μονάδες 8

δ) Για τις τιμές των α και β που βρήκατε στο ερώτημα γ,

να υπολογίσετε τις τιμές f(0) και f(3).

Μονάδες 4

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΘΕΜΑ 4ο

Μια βιοτεχνία, μεταξύ άλλων, κατασκευάζει κεραμικά

πλακίδια σε σχήμα τριγώνου. Σε κάθε πλακίδιο το άθροισμα

της βάσης x και του ύψους που αντιστοιχεί στη βάση αυτή

είναι σταθερό και ισούται με 50cm.

α) Να δείξετε ότι το εμβαδό Ε της επιφάνειας κάθε

τριγωνικού πλακιδίου δίνεται συναρτήσει του x από

τον τύπο

1

2

E(x) = x(50 − x), 0 < x < 50 .

Μονάδες 8

β) Για ποια τιμή του x το εμβαδό Ε(x) γίνεται μέγιστο.

Μονάδες 12

γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του Ε(x).

Μονάδες 5

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά

(ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην

τα αντιγράψετε στο τετράδιο.

1

2

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος

των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν.

∆

εν επιτρέπεται να γράψετε καμμία άλλη σημείωση.

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το

τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3

4

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.

. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι

αποδεκτή.

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

5

6

. ∆ιάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη

διανομή των φωτοαντιγράφων.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΕΙ∆ΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙ∆ΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΡΙΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2007

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚA

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

Οι χρόνοι καθυστερήσεων που παρατηρήθηκαν σε 25

δρομολόγια ενός οργανισμού σιδηροδρόμων δίνονται από

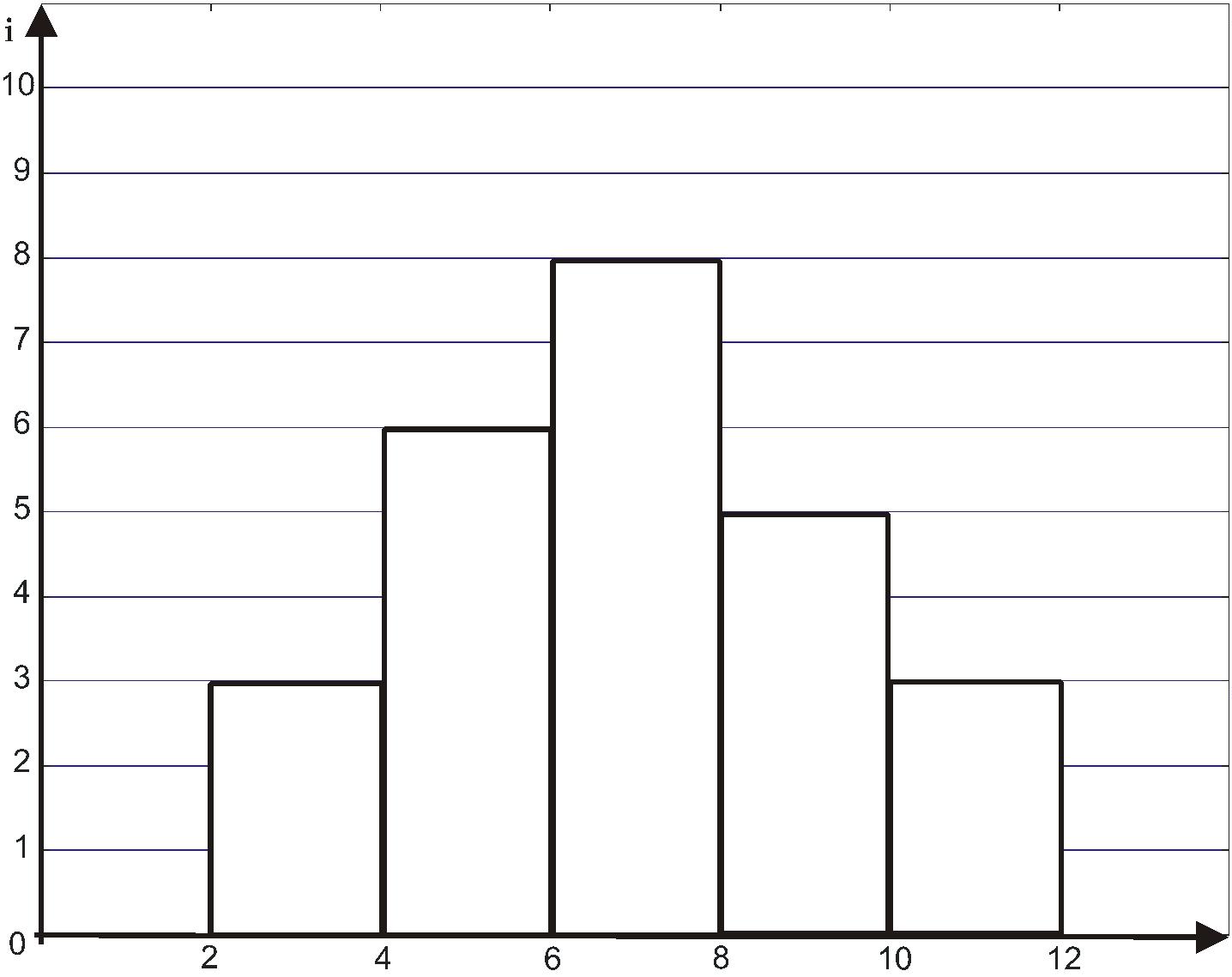
το παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων:

α. Να μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας και να

τον συμπληρώσετε με τη βοήθεια του παραπάνω ιστογράμματος

συχνοτήτων.

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

∆

ιάστημα

Συχνότητα

Μέσο

διαστήματος

Σχετική

συχνότητα αθροιστική

Σχετική

νi

Κi

νi Ki

fi%

συχνότητα %

[

[

[

[

[

2, 4)

4, 6)

6, 8)

8, 10)

10,12)

Αθροίσματα

Μονάδες 10

β. Να βρείτε το μέσο χρόνο καθυστερήσεων των

δρομολογίων.

Μονάδες 5

γ. Πόσα δρομολόγια είχαν καθυστέρηση τουλάχιστον 6

λεπτά;

Μονάδες 5

δ. Ποιο είναι το ποσοστό των δρομολογίων που είχαν

καθυστέρηση λιγότερο από 8 λεπτά;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

∆

ίνεται η συνάρτηση f με:

⎧

3

2

x − 4x + 3x

,

αν x < 0

αν x = 0

⎪

x2 − x

3 + β

⎪

f(x) = ⎨

–

,

,

⎪

⎪

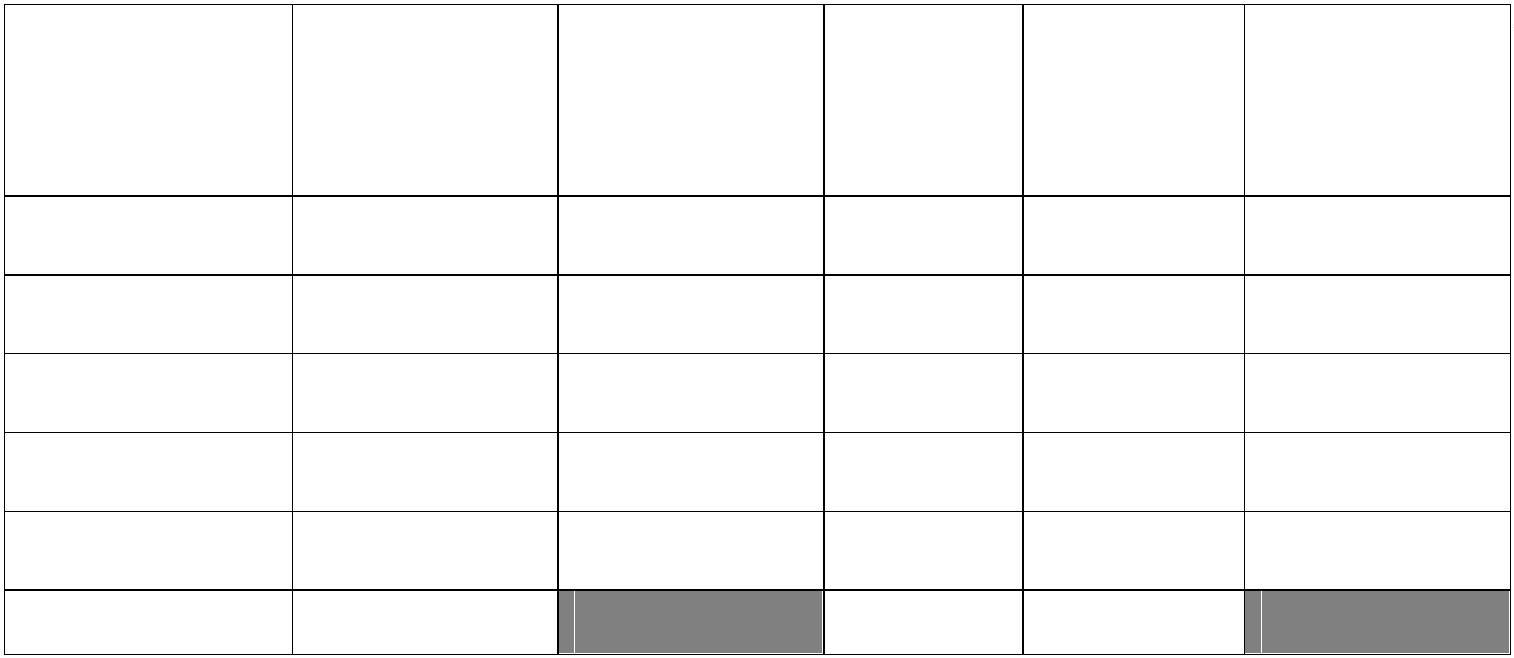
ex – α

αν x > 0

⎩

όπου α,β∈ ΙR.

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

α. Να βρείτε το lim f(x)

–

x→0

Μονάδες 8

Μονάδες 4

β. Να βρείτε το lim f(x)

+

x→0

γ. Να βρείτε την τιμή του α, ώστε να υπάρχει το

lim f(x) .

x→0

Μονάδες 8

δ. Για την τιμή α=4 να υπολογίσετε τον πραγματικό

αριθμό β, ώστε η f να είναι συνεχής στο x=0.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

ίνεται η συνάρτησηf:IR→ΙR με f(x) = x +kx+λ, k,λ ΙR.

2

∈

∆

Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x0=1 και το

σημείο Α (1,0) ανήκει στη γραφική της παράσταση,

α. να δείξετε ότι k=–2 και λ=1.

Μονάδες 12

β. να υπολογίσετε τη δεύτερη παράγωγο f΄΄ της f.

Μονάδες 5

γ. να δείξετε ότι για κάθε x∈IR ισχύει:

f(x)+f΄(x) + f΄΄(x)>0.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4ο

∆

ίνεται η συνάρτηση f με τύπο f(x)=10 lnx–5x2, x>0.

α. Να βρείτε την παράγωγο f΄ της f.

Μονάδες 5

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

β. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 8

γ. Για ποια τιμή του x η f παρουσιάζει ακρότατο. Να

προσδιορίσετε το είδος του ακροτάτου και να το

υπολογίσετε.

Μονάδες 8

δ. Να δείξετε ότι f(x)≤–5, για κάθε x>0.

Μονάδες 4

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1

2

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά

(ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην

τα αντιγράψετε στο τετράδιο.

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος

των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν.

∆

εν επιτρέπεται να γράψετε καμμία άλλη σημείωση.

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το

τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3

4

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.

. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι

αποδεκτή.

5

6

. ∆ιάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη

διανομή των φωτοαντιγράφων.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΕΙ∆ΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙ∆ΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΠΕΜΠΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2008

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚA

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ 1ο

Οι βαθμοί ενός μαθητή σε πέντε μαθήματα ήταν:

8

, 14, 20, 12, 16

α. Να υπολογισθεί η μέση βαθμολογία του μαθητή.

β. Να προσδιορισθεί η διάμεσος.

Μονάδες 4

Μονάδες 3

Μονάδες 6

Μονάδες 3

γ. Να υπολογισθεί η τυπική απόκλιση.

δ. Να υπολογισθεί το εύρος.

ε. Να υπολογισθεί ο συντελεστής μεταβλητότητας και

στη συνέχεια να εξεταστεί αν το δείγμα είναι

ομοιογενές.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2ο

∆

ίνεται η συνάρτηση f με:

⎧

−

x 1

λ −

(x 1)

,

αν 0 ≤ x <1

αν x ≥1

⎪

⎪

f (x) =

⎨

⎪

1

,

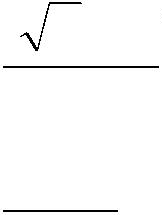
⎪

⎩

3x −1

όπου λ≠0.

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

α. Να υπολογισθεί το lim f(x)

β. Να υπολογισθεί το

–

x→1

Μονάδες 10

Μονάδες 6

lim f(x)

+

x→1

γ. Να υπολογισθεί η τιμή του λ έτσι ώστε η f να είναι

συνεχής στη θέση x0=1.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3ο

ίνεται η συνάρτηση f με f(x)=eλx, όπου λ πραγματικός

∆

αριθμός.

α. Να βρεθούν οι f΄(x) και f΄΄(x).

Μονάδες 6

β. Να προσδιορισθούν οι τιμές του λ, ώστε για κάθε

πραγματικό αριθμό x να ισχύει:

f΄΄(x) − f΄(x) − 2f(x) = 0

Μονάδες 9

γ. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία όταν

i) λ = 2,

ii) λ = −1.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

1

3

2

∆

ίνεται η συνάρτηση f με τύπο f (x) = x − 2x + 3x + 2008 ,

3

όπου x∈.

α. Να βρεθεί η πρώτη παράγωγος f΄ της f.

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙ∆ΕΣ

Μονάδες 6



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

β.

γ.

Να εξεταστεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και

τα ακρότατα.

Μονάδες 12

Να δειχθεί ότι f(x) ≥2008 για κάθε πραγματικό αριθμό

x, όπου x∈[1,+∞).

Μονάδες 7

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1

2

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά

(ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην

τα αντιγράψετε στο τετράδιο.

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος

των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν.

∆

εν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το

τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3

4

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.

. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι

αποδεκτή.

5

6

. ∆ιάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη

διανομή των φωτοαντιγράφων και όχι πριν τις 10.00

π.μ.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΕΙ∆ΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙ∆ΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 6 ΜΑΪΟΥ 2009

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚA

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται το πλήθος των

τηλεφωνικών

κλήσεων

που

πραγματοποίησαν

25

συνδρομητές μιας εταιρείας κινητής τηλεφωνίας κατά τη

διάρκεια μιας ημέρας.

Πλήθος

κλήσεων

x

Πλήθος

συνδρομητών

v

Σχετική

συχνότητα

Αθροιστική Aθροιστική

σχετική

συχνότητα

συχνότητα

fi %

xi ‧v

i

i

i

(%)

2

4

3

6

5

4

5

7

6

2

7

1

Αθροίσματα

25

α. Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να τον

συμπληρώσετε.

Μονάδες 8

β. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του πλήθους των

κλήσεων.

Μονάδες 6

γ. Να βρείτε πόσοι συνδρομητές πραγματοποίησαν το

πολύ 4 κλήσεις.

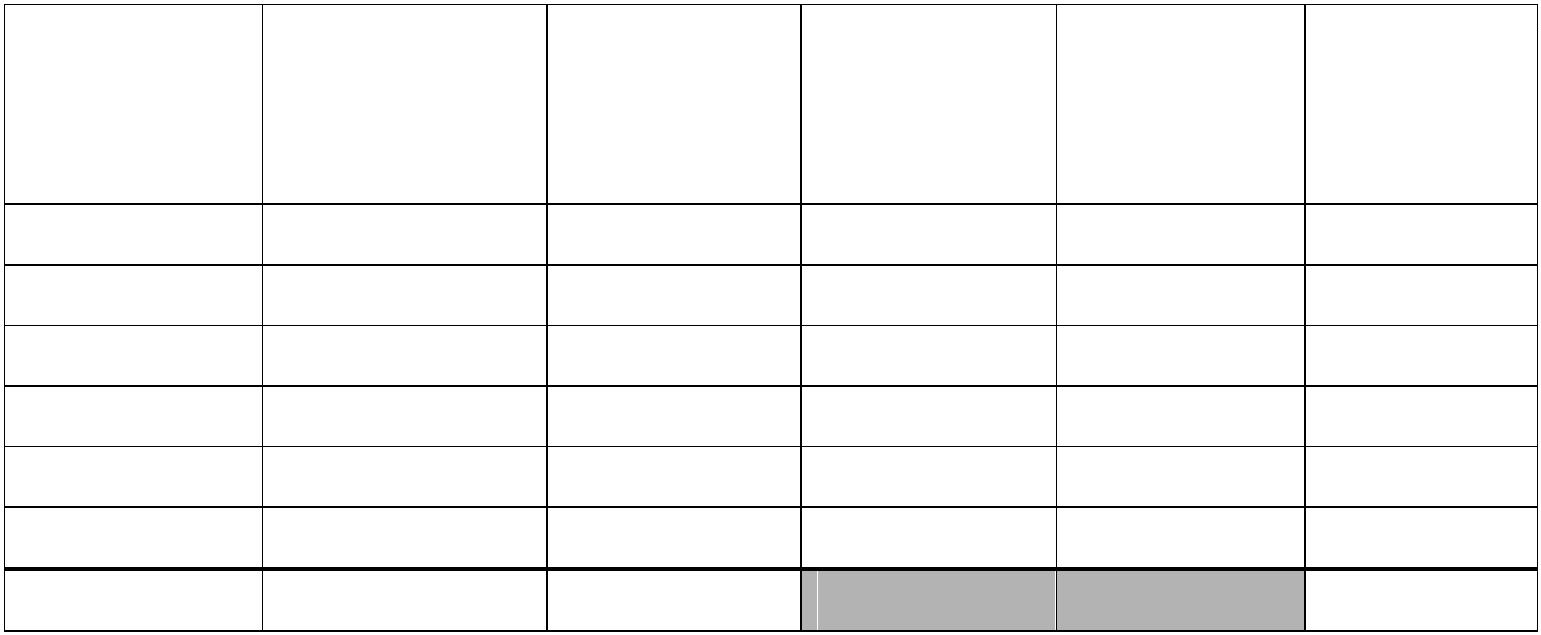
Μονάδες 6

δ. Να βρείτε το ποσοστό των συνδρομητών που

πραγματοποίησαν τουλάχιστον 5 κλήσεις.

Μονάδες 5

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΘΕΜΑ 2ο

∆

ίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

⎧

x2

− 8x +12

x − 6

⎪

, αν x > 6

, αν x = 6

⎪

⎪

f (x) =

⎨

3λ − 5

⎪

⎪

ex−6 (2x − μ) ,

αν

x < 6

⎪

⎩

όπου λ,μ ∈.

α. Να βρείτε το

lim f(x)

+

x→6

Μονάδες 8

Μονάδες 5

β. Να βρείτε το

lim f(x)

−

x→6

γ. Να υπολογίσετε την τιμή του μ έτσι ώστε να υπάρχει

το lim f(x)

x→6

Μονάδες 6

δ. Για μ=8 να βρείτε τον αριθμό λ έτσι ώστε η f να είναι

συνεχής στο x=6

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 3ο

∆

ίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

x − 2

f(x) =

, με x∈

ex

α. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης f.

Μονάδες 8

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

β. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 10

γ. Να αποδείξετε ότι για x=3 η f παρουσιάζει ολικό

1

e3

μέγιστο ίσο με

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4ο

ίνεται η συνάρτηση f (x) = x3 − kx2 + λx − 2 − λ, όπου k,λ∈.

1

3

∆

Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο

M(0, −5) και η συνάρτηση f για x=1 παρουσιάζει τοπικό

ακρότατο, τότε:

α. Να βρείτε τις τιμές των k και λ

Μονάδες 13

β. Για k=2 και λ=3,

i. να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

Μονάδες 6

ii. να βρείτε την τιμή και το είδος των ακροτάτων

της f.

Μονάδες 6

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά

(ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην

τα αντιγράψετε στο τετράδιο.

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

2

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος

των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν.

∆

εν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το

τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3

4

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.

. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι

αποδεκτή.

5

6

. ∆ιάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη

διανομή των φωτοαντιγράφων και όχι πριν τις 18.00.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΠΑΝΕΛΛΑ∆ΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑ∆Α Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙ∆ΙΚΟΤΗΤΑΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑ∆Α Β΄)

ΠΕΜΠΤΗ 28 ΜΑΪΟΥ 2009

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ 1ο

Α) ∆ίνεται συνάρτηση f:Α→ (Α ⊆ ) και x0∈A. Πότε

λέμε ότι η f είναι συνεχής στο x0 ;

Μονάδες 7

Β) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν,

γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που

αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η

πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση

είναι λανθασμένη.

α) Αν η τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας

(μεταβολής) ενός δείγματος παρατηρήσεων είναι

μικρότερη του 10%, τότε ο πληθυσμός του

δείγματος θεωρείται ομοιογενής.

Μονάδες 3

β) (συνx)΄=ημx

Μονάδες 3

γ) Έστω η παραγωγίσιμη συνάρτηση f:(α,β)→. Αν

f΄(x)<0 για κάθε x∈(α,β), τότε η f είναι γνησίως

αύξουσα στο διάστημα (α,β).

Μονάδες 3

β

∫

δ)

cdx =c(β −α) , όπου c σταθερά.

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙ∆ΕΣ

α

Μονάδες 3



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

Γ) Αν οι συναρτήσεις f,g:Α→ είναι παραγωγίσιμες στο

πεδίο ορισμού τους A, τότε να μεταφέρετε στο

τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις

συμπληρώσετε:

α) (f ⋅g)′ (x)= ...............

Μονάδες 2

β) (c⋅f )′ (x)= ..............., όπου c σταθερά.

Μονάδες 2

β

1

∫

γ)

dx = ............... με β>α>0

x

α

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2ο

Ρωτήθηκαν 25 μαθητές μιας τάξης ενός Λυκείου πόσα

λογοτεχνικά βιβλία διάβασαν την περσινή χρονιά. Οι

απαντήσεις τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Βιβλία

Μαθητές

νi

Σχετική

Συχνότητα Συχνότητα

Αθροιστική Αθροιστική

Σχετική

Συχνότητα

xi

fi%

xi νi

%

1

4

2

3

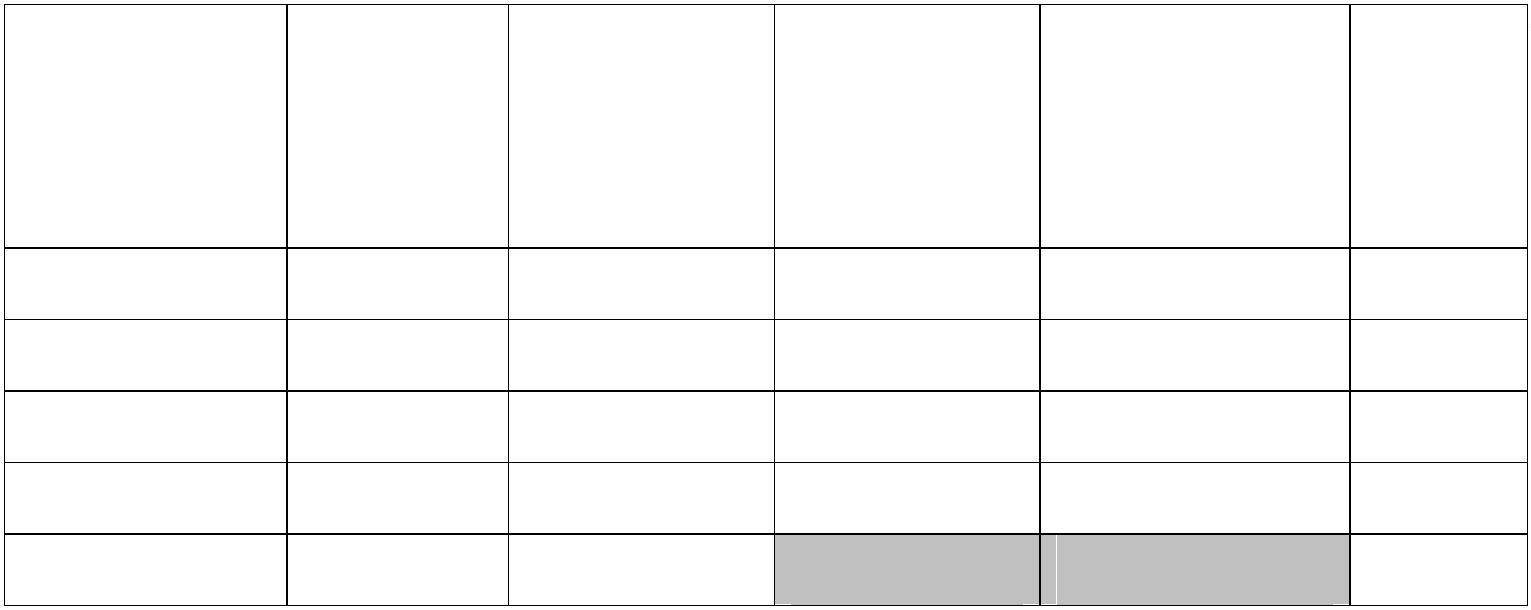
8

7

4

Αθροίσματα

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

Α) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα και να τον

συμπληρώσετε.

Μονάδες 10

Β) Να υπολογίσετε τη διάμεσο.

Μονάδες 5

Γ) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή.

Μονάδες 5

∆

) Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που διάβασε

τουλάχιστον δύο (2) βιβλία;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3ο

ίνεται η συνάρτηση f: → με τύπο f(x)=−x2+6x+8

∆

Α) Να υπολογίσετε την f΄(x)

Μονάδες 4

B) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

Μονάδες 8

Γ) Για ποια τιμή του x η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο;

Να βρείτε το είδος του ακροτάτου.

Μονάδες 6

3

∫

∆

) Να υπολογίσετε το f (x)dx

0

Μονάδες 7

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΘΕΜΑ 4ο

ίνεται η συνάρτηση f: → με τύπο f(x) = x +4x+2αe ,

3

x

∆

2

+

+

x 3x 2

όπου α = lim

x→ −1

+ 1

x

Α) Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού α.

Μονάδες 5

Β) Για α=1

α) Nα υπολογίσετε την f΄(x)

Μονάδες 5

β) Nα αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο 

Μονάδες 5

γ) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του χωρίου, που

περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f, τον

άξονα x΄x και τις ευθείες x=2 και x=4, είναι ίσο με

4+2e −2e τ.μ.

4

2

8

Μονάδες 10

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 5ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1

2

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά

(ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε

τα θέματα στο τετράδιο.

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των

φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά

άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το

τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3

4

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.

. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον

με μαύρο στυλό διαρκείας ανεξίτηλης μελάνης.

5

6

. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.

. ∆ιάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

7

. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 5ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΕΙ∆ΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙ∆ΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΡΙΤΗ 4 ΜΑΪΟΥ 2010

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚA

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ Α

Oι ηλικίες έξι παιδιών από μια γειτονιά είναι:

2

, 6, 6+x, 11, 11, 12+x

όπου x∈.

Α1. Αν η μέση τιμή των ηλικιών των παιδιών είναι 9, να

αποδείξετε ότι x=3.

Μονάδες 5

Για x=3,

Α2. να βρείτε τη διάμεσο των ηλικιών,

Μονάδες 4

Α3. να υπολογίσετε το εύρος των ηλικιών και την

επικρατούσα τιμή τους,

Μονάδες 4

Α4. να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των ηλικιών και

Μονάδες 8

Α5. να εξετάσετε αν το δείγμα των ηλικιών είναι

ομοιογενές.

Μονάδες 4

(∆ίνεται 17 ≈4,12 ).

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΘΕΜΑ Β

∆ίνεται η συνάρτηση f: (0,+∞) → με τύπο:

⎧

ln x + 3x − λ ,

0 < x <1

⎪

⎪

2

f (x) = μ +1

x =1

x >1

,

,

⎨

⎪

x − x2

⎪

⎩

1

− x

όπου λ,μ ∈.

B1. Να βρείτε το

B2. Να βρείτε το

lim f(x)

x→1−

Μονάδες 5

lim f(x)

x→1+

Μονάδες 10

B3. Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε να υπάρχει το lim f(x)

x→1

Μονάδες 4

Β4. Για λ=1 να βρεθεί για ποιες τιμές του μ∈ η f είναι

συνεχής στο x0 =1

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

x

2–

ίνεται η συνάρτηση f με τύπο: f(x) = e (x 3), x 

∈

∆

Γ1. Να βρεθεί η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης f.

Μονάδες 5

Γ2. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 10

Γ3. Για ποιες τιμές του x η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικά

ακρότατα; Να προσδιορίσετε το είδος τους και να

υπολογίσετε τις τιμές τους.

Μονάδες 10

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΘΕΜΑ ∆

ίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση f με f΄(x)= x 3x+λ,

όπου x∈ και λ∈.

2

–

∆

∆

1. Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x0=1, να

προσδιοριστεί ο πραγματικός αριθμός λ.

Μονάδες 10

Για λ=2,

∆

∆

2. να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς την μονοτονία

και το είδος των ακροτάτων,

Μονάδες 7

3. να συγκριθούν μεταξύ τους οι τιμές της συνάρτησης

6

5

3

2

για x1=

και x = , καθώς επίσης και οι τιμές της

2

συνάρτησης για x =4 και x =6.

3

4

Μονάδες 8

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ

τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά

(ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τις ερωτήσεις να μην τις

αντιγράψετε στο τετράδιο.

1

2

3

.

Στο

.

.

Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των

φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. ∆εν

επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το

τετράδιο

και

τα

φωτοαντίγραφα,

τα

οποία

θα

καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.

4

.

Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα. Να μη

χρησιμοποιηθεί το μιλιμετρέ φύλλο του τετραδίου.

Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με

μαύρο στυλό διαρκείας ανεξίτηλης μελάνης.

Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.

∆ιάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

5

.

6

7

.

.

8

.

Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή

των φωτοαντιγράφων και όχι πριν τις 18:00.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΠΑΝΕΛΛΑ∆ΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

HMEΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

(ΟΜΑ∆Α A΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙ∆ΙΚΟΤΗΤΑΣ

ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑ∆Α Β΄)

ΠΕΜΠΤΗ 27 ΜΑΪΟΥ 2010

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α.

Α1. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται παραγωγίσιμη σε ένα

σημείο x0 του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν,

γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που

αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η

πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση

είναι λανθασμένη.

α) Η μέση τιμή δεν επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές

της μεταβλητής.

β) Αν υπάρχει το limf (x) και είναι A∈, τότε

x→x

0

lim f (x) = A .

x→x

0

γ) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα

σημείο x0 του πεδίου ορισμού της, τότε δεν είναι

παραγωγίσιμη στο x0.

α

∫

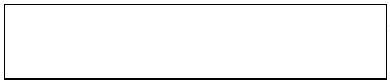
δ) Ισχύει ότι:

f (x)dx =α, για κάθε α∈.

α

Μονάδες 12

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

Α3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω

ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

′

⎛

f ⎞

α) ⎜ ⎟ (x) = .............., με g(x) ≠ 0

⎜

⎟

⎝

g ⎠

′

>

β) ( x) = ................., με x 0

γ) (ex )′= ...................

δ) (συνx)′= ................

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ B.

Οι ημέρες απουσίας 50 υπαλλήλων μιας εταιρείας από την

εργασία τους, τον περασμένο μήνα, φαίνονται στον

παρακάτω πίνακα:

Ημέρες

Σχετική

Αθροιστική Αθροιστική

απουσίας

Συχνότητα Συχνότητα

Σχετική

Συχνότητα

Υπάλληλοι

νi

xi

fi%

xi νi

%

0

8

1

10

2

3

10

5

4

5

2

Αθροίσματα

B1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα και να τον

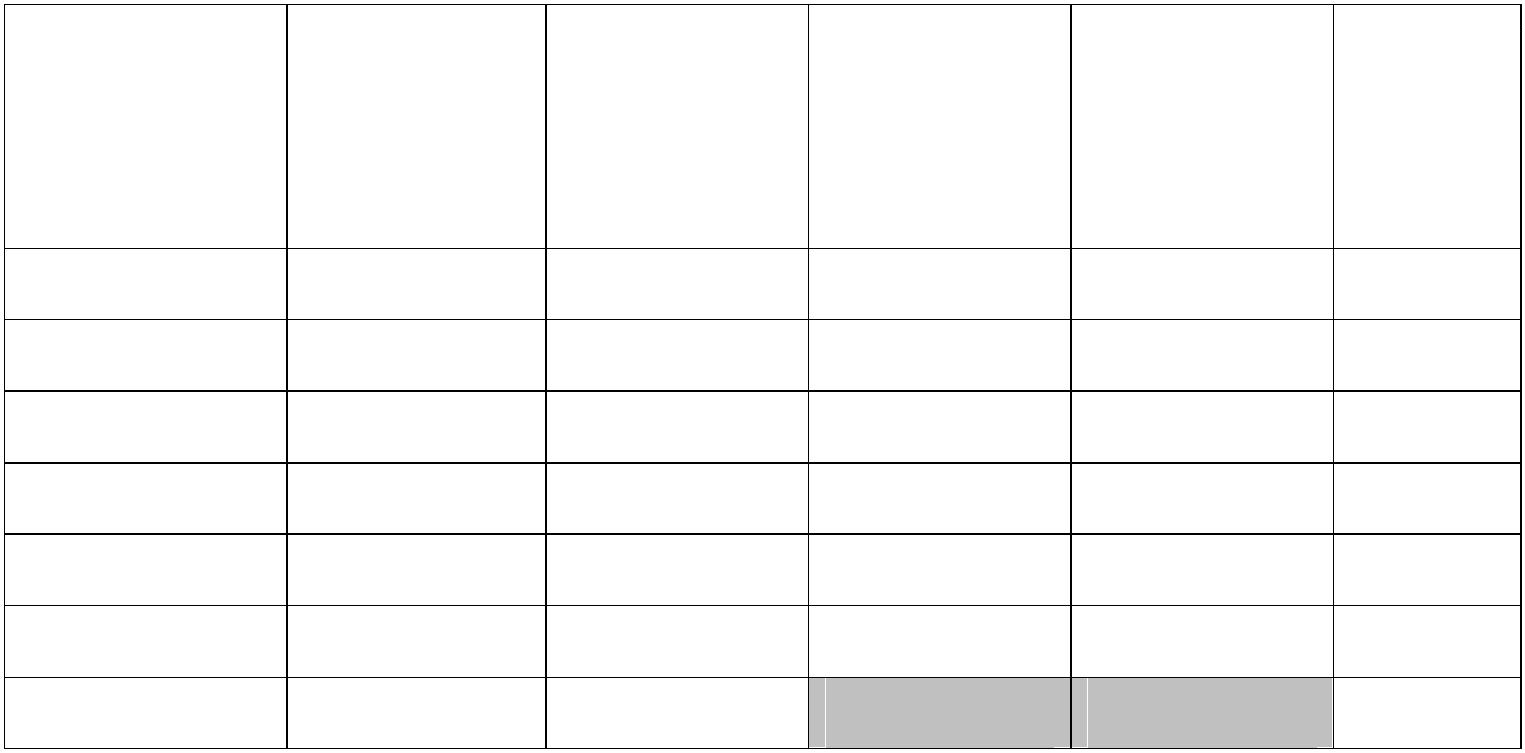
συμπληρώσετε.

Μονάδες 10

Β2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή της μεταβλητής x.

Μονάδες 5

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

Β3. Να υπολογίσετε τη διάμεσο της μεταβλητής x.

Μονάδες 5

Β4. Να βρείτε το πλήθος και το ποσοστό των υπαλλήλων

που απουσίασαν από 2 έως και 4 ημέρες.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ.

∆

ίνεται η συνάρτηση

x2 − 4x + 3

⎧

,

x <1

⎪

x2 −1

x + 3 + α , x ≥1 , όπου α∈.,.

Γ1. Να υπολογίσετε το limf (x)

f (x) =

⎨

⎪

⎩

−

x→1

Μονάδες 7

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογίσετε το limf (x)

+

x→1

Γ3. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό α, ώστε η f να

είναι συνεχής στο x0=1.

Μονάδες 5

Γ4. Για α = −3, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

A = 3f (0) + 2f (6).

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ ∆.

ίνεται η συνάρτηση f (x) = x − x + αx + β, με α, β ∈.

1

5

2

2

3

∆

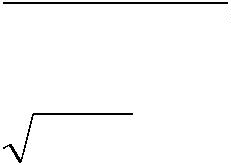
3

Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο σημείο x0=2 και η

γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο Α(0,1),

τότε:

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

∆

∆

1. Να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών α και β.

Μονάδες 8

2. Για α=6 και β=1, να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως

προς τη μονοτονία.

Μονάδες 6

∆

∆

3. Για α=6 και β=1, να βρείτε τις θέσεις, το είδος και τις

τιμές των τοπικών ακροτάτων της συνάρτησης f.

Μονάδες 6

4. Για α=6 και β=1, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

2

∫

f (x)dx.

1

Μονάδες 5

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία,

εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο

τετράδιο.

2

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των

φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. ∆εν

επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την

αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα

φωτοαντίγραφα.

3

4

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.

. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο

στυλό ανεξίτηλης μελάνης.

5

6

7

. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.

. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.

. ∆ιάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

HMEΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

(ΟΜΑ∆Α A΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙ∆ΙΚΟΤΗΤΑΣ

ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑ∆Α Β΄)

ΤΡΙΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2011

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Τι ονομάζεται εύρος μιας μεταβλητής;

Μονάδες 6

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν,

γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που

αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η

πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση

είναι λανθασμένη.

α) Η μέση τιμή (μέσος όρος) υπολογίζεται μόνο σε

ποσοτικές μεταβλητές.

(Μονάδες 2)

β) Αν υπάρχουν τα limf (x), lim g(x) και είναι l ,l ∈

1

2

x→x

x→x

0

0

lim [f (x)⋅g(x)]= l1 ⋅l2

αντίστοιχα, τότε

x→x0

(Μονάδες 2)

γ) Αν οι συναρτήσεις f , g είναι παραγωγίσιμες στο ,

τότε ισχύει:

( f ⋅ g )′(x) = f ′(x)· g ′(x) , x∈

(Μονάδες 2)

β

∫

ημx dx = συνβ - συνα

δ) Ισχύει ότι

(Μονάδες 2)

α

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ε) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο (α,β)

και f′(x)>0 για κάθε x∈(α,β), τότε η f είναι γνησίως

αύξουσα στο (α,β).

(Μονάδες 2)

Μονάδες 10

Α3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω

ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) (ln x)′ =......., με x > 0

(Μονάδες 3)

(Μονάδες 3)

β) (ημx)′ =.......

α

∫

γ)Αν f συνεχής στο  με α∈, τότε

f (x) dx =.......

α

(Μονάδες 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ B

∆ίνεται η συνάρτηση f:  → με τύπο:

⎧

x2 − 7x +12

,

αν x < 4

αν x = 4

αν x > 4

⎪

x − 4

α

⎪

⎪

,

f (x) = ⎨

⎪

x − 4

,

⎪

− 3

⎪

− 2

x

⎩

Β1. Να βρείτε το lim f(x)

Μονάδες 10

Μονάδες 10

−

x→4

Β2. Να βρείτε το lim f(x)

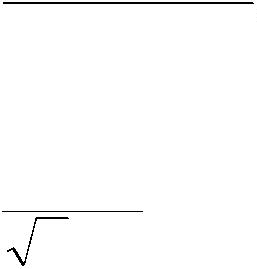
x 4+

→

Β3. Να βρείτε για ποια τιμή του α∈ η f είναι συνεχής στο

x0=4. Μονάδες 5

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΘΕΜΑ Γ

ίνεται το παρακάτω ιστόγραμμα, που αφορά τις ηλικίες 40

∆

εργαζομένων σε μια επιχείρηση.

Συχνότητα

ν

i

1

5

1

2

7

6

2

5 35 45 55 65

Ηλικίες σε έτη

Γ1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα που

ακολουθεί και να τον συμπληρώσετε με βάση το

παραπάνω ιστόγραμμα.

Μέσο

Αθροιστική

Συχνότητα

Σχετική

Συχνότητα

Ηλικίες

[ , )

διαστήματος Συχνότητα

Ki

vi

Ki⋅vi

Ni

fi%

[

[

[

[

25,35)

35,45)

45,55)

55,65)

Σύνολα

Μονάδες 10

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των ηλικιών των

εργαζομένων. Μονάδες 5

Γ3. Πόσοι εργαζόμενοι έχουν ηλικία τουλάχιστον 45 ετών;

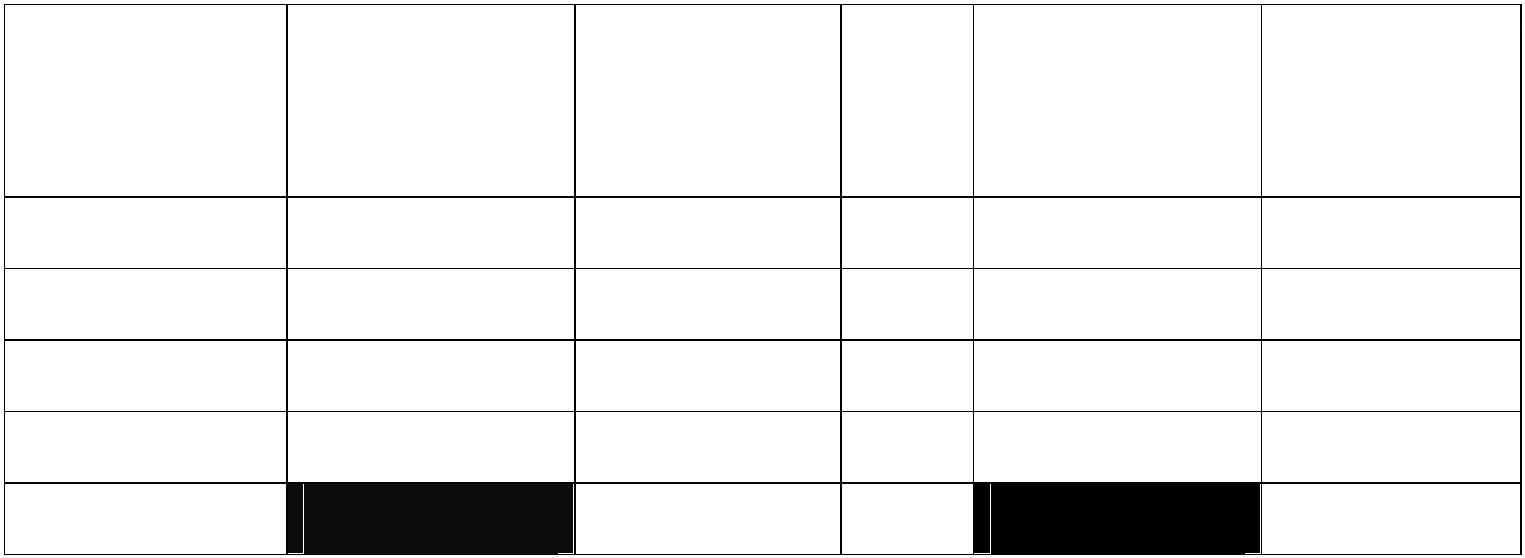
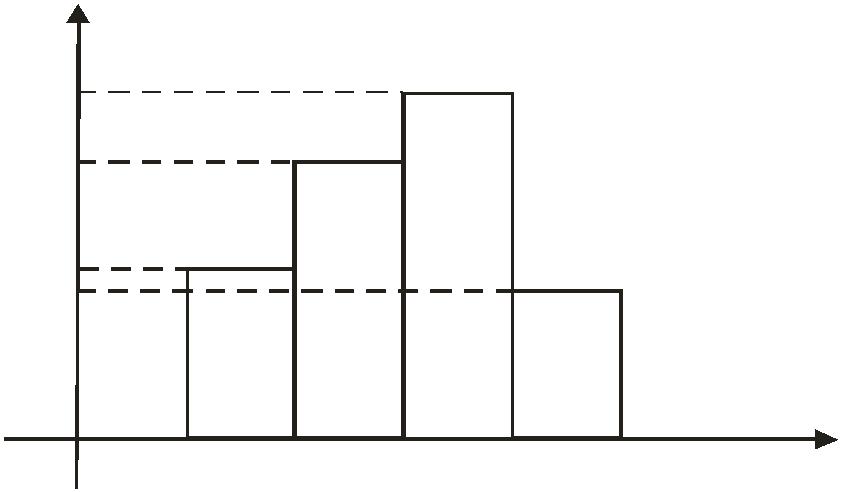
Μονάδες 5

Γ4. Τί ποσοστό εργαζομένων έχουν ηλικία κάτω των 35

ετών;

Μονάδες 5

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΘΕΜΑ ∆

ίνεται η συνάρτηση f (x) = x − 6x + 9x +1 με x∈.

3

2

∆

∆

1. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία στο

πεδίο ορισμού της. Μονάδες 6

∆

∆

2. Να βρεθούν τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης f.

Μονάδες 5

3

∫

′

3. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα I = f (x)dx

1

Μονάδες 6

∆

4. Αν g(x) = 3x2 −12x + 9 με x∈, να υπολογιστεί το

εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική

παράσταση της συνάρτησης g, τον άξονα x΄x και τις

ευθείες με εξισώσεις x=0 και x=3.

Μονάδες 8

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία,

εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο

τετράδιο.

2

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των

φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. ∆εν

επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την

αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα

φωτοαντίγραφα.

3

4

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.

. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο

στυλό ανεξίτηλης μελάνης.

5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.

6. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.

7. ∆ιάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

8

. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.30 π.μ.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

HMEΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

(ΟΜΑ∆Α A΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙ∆ΙΚΟΤΗΤΑΣ

ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑ∆Α Β΄)

ΠΕΜΠΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2012

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Τι ονομάζεται διάμεσος

δ

ενός δείγματος

ν

παρατηρήσεων που έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά;

Μονάδες 6

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν,

γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που

αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η

πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση

είναι λανθασμένη.

α) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα

σημείο x0 του πεδίου ορισμού της, τότε δεν είναι

παραγωγίσιμη στο x0.

(Μονάδες 2)

β) Το εύρος ως παράμετρος διασποράς εξαρτάται

μόνο από τις ακραίες τιμές της μεταβλητής.

(Μονάδες 2)

γ) Έστω συνάρτηση f συνεχής στο [α,β]. Τότε ισχύει η

ακόλουθη ιδιότητα για το ορισμένο ολοκλήρωμα:

γ

γ

β

∫

∫ ∫

β α

f (x)dx + f (x)dx = f (x)dx , με α<γ<β. (Μονάδες 2)

α

α

α-1

∈ \*,

δ) Ισχύει ότι: (x )΄=αx , α  x>0

(Μονάδες 2)

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ε) Έστω δύο συνεχείς συναρτήσεις f, g: [α, β] → με

συνεχείς παραγώγους f΄, g΄. Τότε ισχύει ότι:

β

β

∫

∫

α

β

f '(x)g(x)dx = [f (x)g(x)] − f (x)g'(x)dx (Μονάδες 2)

α

α

Μονάδες 10

Α3. Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας

τις παρακάτω ισότητες:

β1

∫

α)

dx =...

με β>α>0

(Μονάδες 3)

α x

β) Έστω συναρτήσεις f: Α → και g: Β → με f(A) ⊆ B.

Αν η f είναι παραγωγίσιμη σε κάθε x∈Α και η g

παραγωγίσιμη σε κάθε f(x) ∈B, τότε η σύνθεσή τους

gof: Α → είναι παραγωγίσιμη στο Α και ισχύει ότι:

(gof)΄(x)=...

(Μονάδες 3)

(Μονάδες 3)

β

∫

γ)

cdx =... με c σταθερά και α,β∈

α

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ B

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι ημερήσιες ώρες

διαβάσματος 25 μαθητών μιας τάξης ενός ΕΠΑ.Λ.

Ημερήσιες ώρες

διαβάσματος

xi

Αθροιστική

Συχνότητα

Ni

Σχετική

συχνότητα

fi%

Μαθητές

(%)

x ν

i i

νi

1

2

6

5

3

4

4

5

κ

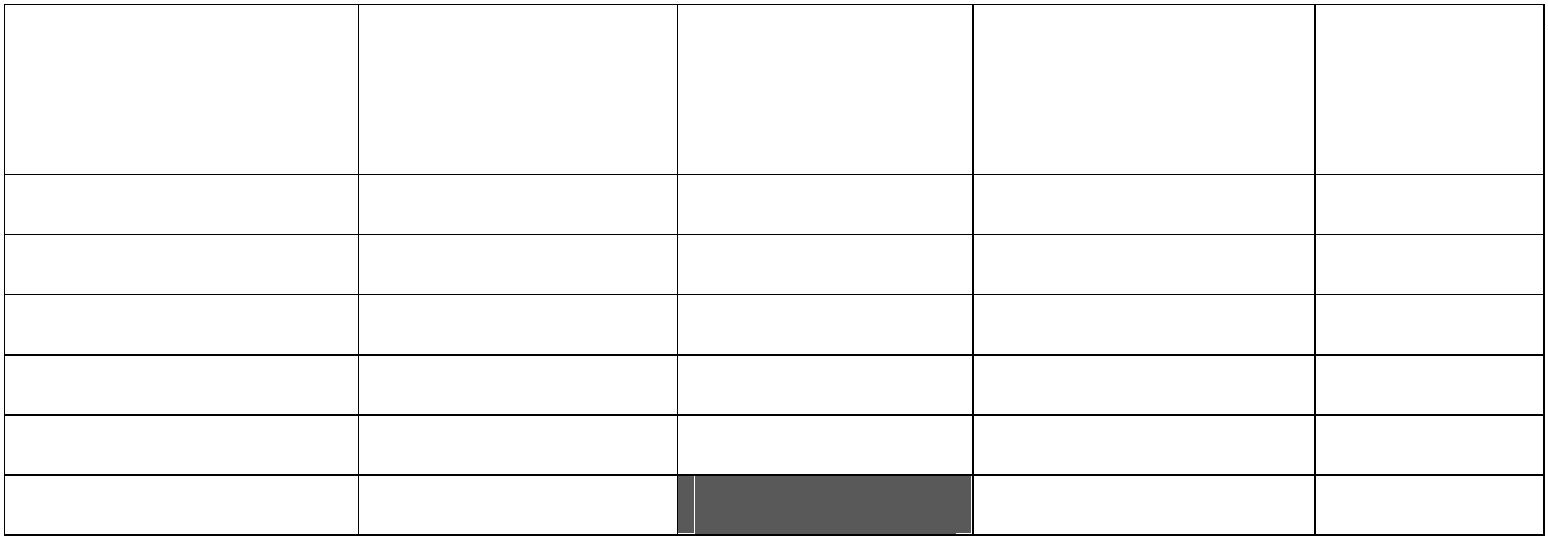
2κ+1

ν=25

Σύνολα

100

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

Β1. Να υπολογίσετε τον αριθμό κ

Μονάδες 4

Β2. Για κ=3 να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο

τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα.

Μονάδες 8

Β3. Για κ=3 να υπολογίσετε τη μέση τιμή x και να βρείτε τη

διάμεσο δ των παρατηρήσεων.

Μονάδες 10

Β4. Για κ=3 να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που

διαβάζουν τουλάχιστον 3 ώρες ημερησίως.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Γ

∆

ίνεται η συνάρτηση f:  → με τύπο:

⎧

x-1

x+ 3 -2

,

αν x > 1

⎪

⎪

f (x) = ⎨

α, β ∈ 

⎪

2

α

x

+

β

x

,

α

ν

x

≤

1

⎪

⎩

Γ1. Να υπολογίσετε το lim f(x)

-

x→1

Μονάδες 5

Γ2. Να υπολογίσετε το lim f(x)

+

x→1

Μονάδες 10

Γ3. Να υπολογίσετε τα α και β, ώστε η f να είναι συνεχής

στο x0=1 και η γραφική παράσταση της f να διέρχεται

από το σημείο Α(-1,2).

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ ∆

∆

ίνεται η συνάρτηση f:  → με τύπο:

f(x) = 3x2-2x-1

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

∆

∆

1. Να βρείτε την παράγουσα F της f, αν F(0)=1.

Μονάδες 5

3

2

∈

2. Αν F(x)=x -x -x+1, x  να μελετήσετε τη μονοτονία

και να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της F.

Μονάδες 8

∆

∆

3. Να συγκρίνετε τις τιμές F(2011) και F(2012) και να

αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου Ω που

περικλείεται

από

τη

γραφική

παράσταση

της

συνάρτησης f, τον άξονα x΄x και τις ευθείες με

εξισώσεις x=0 και x=1.

Μονάδες 7

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία,

εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο

τετράδιο.

2

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των

φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. ∆εν

επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την

αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα

φωτοαντίγραφα.

3

4

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.

. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο

στυλό ανεξίτηλης μελάνης.

5

6

7

. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.

. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.

. ∆ιάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

HMEΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

(ΟΜΑ∆Α A΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙ∆ΙΚΟΤΗΤΑΣ

ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑ∆Α Β΄)

ΠΕΜΠΤΗ 23 ΜΑΪΟΥ 2013

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω συνεχής συνάρτηση f :[α,β]→ \ με παράγουσα

συνάρτηση F. Τι ονομάζεται ορισμένο ολοκλήρωμα της

συνάρτησης f από το α έως το β;

Μονάδες 6

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν,

γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που

αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η

πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση

είναι λανθασμένη.

α) Εάν η τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας είναι

κάτω του 10%, ο πληθυσμός του δείγματος

θεωρείται ομοιογενής.

(Μον. 2)

β) Εάν οι συναρτήσεις f , g:A→ \ είναι παραγωγίσιμες

στο πεδίο ορισμού τους, με g(x)≠0, τότε ισχύει:

⎛

⎞'

f (x) g(x) f (x)g'(x)

' ⋅

−

f

(x) =

.

⎜

⎟

g

g (x)

2

⎝

⎠

(Μον. 2)

γ) Εάν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα

σημείο x0 του πεδίου ορισμού της, τότε είναι

παραγωγίσιμη στο x0.

(Μον. 2)

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

β

β

+

1

α

+

e

e

1

δ) Ισχύει ότι: ∫ ex dx=

με α ≠ −1 και β ≠ −1.

−

β+ α+

1

1

α

(Μον. 2)

ε) ∆ίνονται οι συναρτήσεις f,g συνεχείς στο [α,β]. Αν

β

β

f(x)≥g(x) για κάθε x∈[α,β], τότε ∫ f (x) dx≥∫ g(x) dx .

α

α

(Μον. 2)

Μονάδες 10

Α3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω

ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

β

α) ∫ ημx dx = ...

α

(Μον. 3)

β) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \ και c

μία σταθερά, τότε:

(c⋅f)΄(x)= ...

(Μον. 3)

γ) Αν α∈\**\*** και x > 0, τότε:

(xα)΄= ...

(Μον. 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ B

ίνεται η συνάρτηση f :(0,+∞)→ \ με τύπο:

∆

0 x 1

αν < ≤ και α∈\

⎧

2

x ln x ,

α +

⎪

⎪

f (x) = ⎨

x

2

− x

x + 3 − 2

⎪

,

α

ν

>

⎪

⎩

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

Β1. Να βρείτε το lim f(x).

-

x→1

Μονάδες 7

Β2. Να δείξετε ότι

lim f(x)=4.

+

x→1

Μονάδες 10

Β3. Να βρείτε για ποιες τιμές του α∈\ η συνάρτηση f είναι

συνεχής στο x =1.

0

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι μισθοί των

υπαλλήλων μίας εταιρείας (σε εκατοντάδες ₠):

Μισθός

Συχνότητα

Σχετική

(εκατοντάδες €) (αριθμός υπαλλήλων) συχνότητα

x ν

i i

xi

6

νi

fi%

25

17

6

1

0

5

0

1

2

2

Σύνολα

ν=...

100

Γ1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα

και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 5

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή ~~x~~ των μισθών των

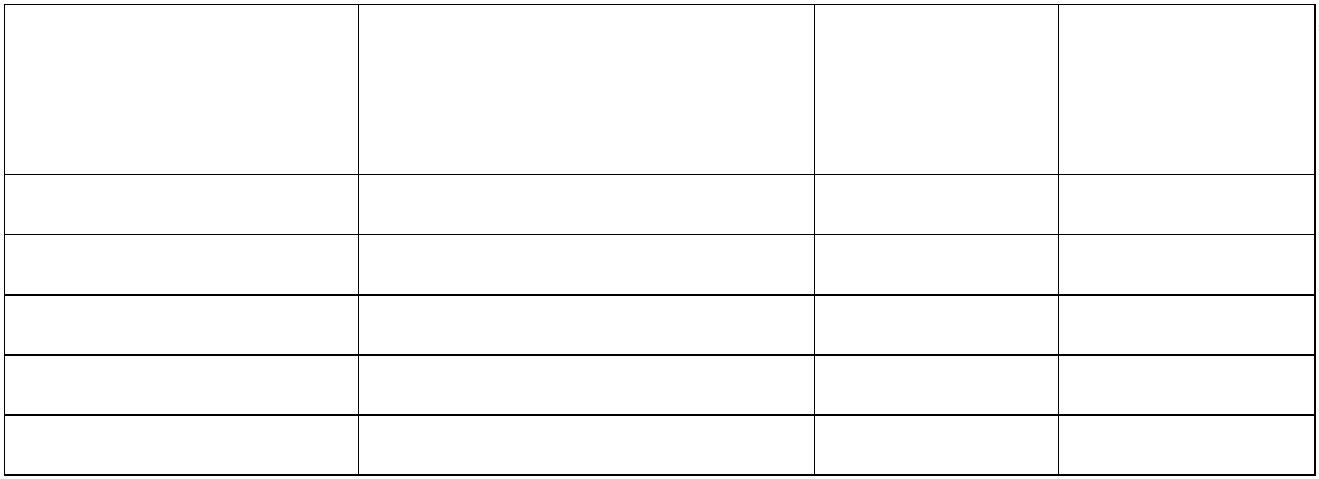
υπαλλήλων.

Μονάδες 5

Γ3. Τι ποσοστό υπαλλήλων έχουν μισθό το πολύ 1000 ₠;

Μονάδες 7

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

Γ4. Να υπολογίσετε τη διακύμανση s2 των μισθών των

υπαλλήλων της εταιρείας.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ ∆

∆

ίνεται η συνάρτηση f (x) = (x − 2)2 (x + α), x ∈ \, α∈ \ .

∆

1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης f είναι

'

\

f (x) = (x − 2)(3x + 2α − 2), x ∈ .

Μονάδες 5

∆

∆

2. Να βρείτε τον αριθμό α, αν η συνάρτηση f παρουσιάζει

ακρότατο στο x0=4.

Μονάδες 5

3. Για α=-5, να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη

μονοτονία και να βρείτε το είδος και τις τιμές των

ακροτάτων.

Μονάδες 8

\

και

2

∈

∆

4. ∆ίνονται οι συναρτήσεις g(x)=3x -12x, x

h(x)=6x-24, x ∈ \. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου Ω,

που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των

συναρτήσεων g(x) και h(x).

Μονάδες 7

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία,

εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο

τετράδιο.

2

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των

φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. ∆εν

επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 5ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα

φωτοαντίγραφα.

3

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.

. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο

στυλό ανεξίτηλης μελάνης.

4

5

. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.

. ∆ιάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

6

7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 5ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΑ∆ΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

HMEΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

(ΟΜΑ∆Α A΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙ∆ΙΚΟΤΗΤΑΣ

ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑ∆Α Β΄)

ΤΡΙΤΗ 3 IOYNIOY 2014

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

Α1. ∆ίνεται μία συνάρτηση f :[α,β] → \. Να δώσετε τον

ορισμό της συνέχειας της f στο διάστημα [α,β].

Μονάδες 6

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν,

γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που

αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η

πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση

είναι λανθασμένη.

α) Αν η f είναι συνεχής στο [α,β] και η F είναι μία

β

∫

παράγουσα της f , τότε ισχύει: f (x)dx = F(β) −F(α)

α

(Μον. 2)

β) Το εύρος των τιμών μιας μεταβλητής δεν

επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές της.

(Μον. 2)

γ) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \ και

c ∈ \ μία σταθερά, τότε ισχύει:

⋅

′

= ′ +

(c f) (x) f (x) c

(Μον. 2)

(Μον. 2)

α ′ = α ⋅

δ) (x )

xα+1,x > 0,α ∈

\

\*

.

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ε) Αν η f είναι συνεχής στο [α,β], τότε ισχύει:

β

α

∫

∫

f (x)dx = − f ( x)dx.

α

β

(Μον. 2)

Μονάδες 10

Α3. Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας

τις παρακάτω ισότητες:

α)Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στo \,

τότε: (f g) (x) ...

−

′

=

(Μον. 3)

(Μον. 3)

β

∫

β) συνxdx =...

α

A A \

γ)Αν lim f(x) = , ∈ , τότε

lim f(x) =...

x→x

x→x0

0

(Μον. 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

ίνεται η συνεχής συνάρτηση f : \ → \, για την οποία

ισχύει: x ⋅ f (x) − 2⋅ f(x) = x2 − 4 για κάθε x∈\.

∆

x

− 4

2

Β1. Να δείξετε ότι: f (x) =

, για x ≠ 2.

x − 2

Μονάδες 7

x

− 4

2

Β2. Να βρείτε το lim

.

x −2

x→2

Μονάδες 9

Μονάδες 9

Β3. Να βρείτε το f(2).

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΘΕΜΑ Γ

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ηλικίες των

υπαλλήλων μίας εταιρείας:

Συχνότητα

(αριθμός

υπαλλήλων υπαλλήλων)

Κέντρο

κλάσης

xi

Σχετική

συχνότητα

fi%

Ηλικίες

Α/Α

xiνi

νi

1η κλάση

2η κλάση

3η κλάση

4η κλάση

[25, 35)

[35, 45)

[45, 55)

[55, 65)

100

50

40

10

ΣΥΝΟΛΑ

ν=200

Γ1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα

και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 7

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέση ηλικία των υπαλλήλων.

Μονάδες 5

Γ3. Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν

ηλικία τουλάχιστον σαράντα πέντε (45) ετών.

Μονάδες 4

Γ4. Από την εταιρεία αποχωρούν πέντε (5) υπάλληλοι της

4ης κλάσης, πέντε (5) υπάλληλοι της 2ης κλάσης και

ταυτόχρονα προσλαμβάνονται δέκα (10) υπάλληλοι με

ηλικίες στην 1η κλάση. Να υπολογίσετε τη νέα μέση τιμή

της ηλικίας των υπαλλήλων.

Μονάδες 9

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΘΕΜΑ ∆

∆

ίνεται η συνάρτηση f (x) = ex ⋅(x −1), x∈\.

′ = +

1. Να αποδείξετε ότι: f (x) f(x) ex .

∆

Μονάδες 6

∆

∆

2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία

και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.

Μονάδες 9

3.

g(x) = f(x) + ex x∈\

Αν

χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της

g, τον άξονα x′x και τις ευθείες με

,

, να υπολογίσετε το εμβαδόν του

συνάρτησης

εξισώσεις x = −1 και x = 1.

Μονάδες 10

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία,

εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο

τετράδιο.

2

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των

φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. ∆εν

επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την

αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα

φωτοαντίγραφα.

3

4

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.

. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο

στυλό ανεξίτηλης μελάνης.

5

6

. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.

. ∆ιάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

7. Ώρα δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΑ∆ΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

HMEΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

(ΟΜΑ∆Α A΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙ∆ΙΚΟΤΗΤΑΣ

ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑ∆Α Β΄)

ΠΕΜΠΤΗ 21 ΜΑΪOY 2015

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Για μία συνεχή συνάρτηση ꢀ να γράψετε τις τρεις

κατηγορίες σημείων, τα οποία είναι πιθανές θέσεις

τοπικών ακρoτάτων.

Μονάδες 6

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν,

γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που

αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η

πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση

είναι λανθασμένη.

α) Η επικρατούσα τιμή μίας μεταβλητής είναι

μοναδική.

(Μον. 2)

β) Έστω συνεχής συνάρτηση ꢀ ꢁ ꢂ ꢃꢄ και ꢅꢆ ένα

στάσιμο σημείο της ꢀ (δηλαδή ꢀ΄ꢇꢅ ꢈ ꢉ 0). Αν η ꢀ

ꢆ

είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο ꢅ , τότε

ꢆ

παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο ꢅ όταν ꢀ΄΄ꢇꢅ ꢈ ꢊ 0.

ꢆ

ꢆ

(Μον. 2)

γ) Έστω συνάρτηση ꢀ συνεχής στο ꢋꢌ, ꢍꢎ. Τότε ισχύει:

ꢑ

ꢑ

ꢏ ꢀꢇꢅꢈꢐꢅ ꢉ ꢌ, όπου ꢌ ꢒ ꢄ

ꢓ

(Μον. 2)

δ) Αν οι συναρτήσεις ꢀ, ꢔ ꢁ ꢂ ꢃ ꢄ είναι παραγωγίσιμες

στο πεδίο ορισμού τους ꢕ, τότε και η ꢀ · ꢔ είναι

παραγωγίσιμη στο ꢕ και ισχύει:

ꢇꢀ · ꢔꢈ΄ꢇꢅꢈ ꢉ ꢀ΄ꢇꢅꢈ · ꢔꢇꢅꢈ – ꢀꢇꢅꢈ · ꢔ΄ꢇꢅꢈ

(Μον. 2)

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ε) Η σχετική συχνότητα τιμής ꢅ μίας μεταβλητής

ꢖ

ꢗ

συμβολίζεται με ꢀ και ισχύει ꢀ ꢉ ꢘ .

ꢖ

ꢖ

ꢗ

(Μον. 2)

Μονάδες 10

Α3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω

ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

ꢝ

ꢚ

α)ꢙ ꢐꢅ ꢉ ꢜ , με ꢍ ꢞ ꢌ ꢞ 0

ꢛ

ꢑ

(Μον. 3)

(Μον. 3)

β)ꢇꢟꢈ΄ ꢉ ꢜ, αν c σταθερά

γ)Αν η μεταβλητή ꢅ παίρνει τις τιμές ꢅ , ꢅ , . . . , ꢅ με

ꢚ

ꢠ

ꢡ

αντίστοιχες συχνότητες ꢢ , ꢢ , . . . , ꢢ τότε η μέση τιμή της

ꢚ

ꢠ

ꢡ

μεταβλητής είναι: ꢅ ꢉ...

(Μον. 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Οι χρόνοι (σε λεπτά) 50 μαθητών της Γ΄τάξης ενός ΕΠΑ.Λ

για να γράψουν ένα διαγώνισμα, δίνονται στον παρακάτω

πίνακα κατανομής:

Κέντρο

κλάσης

ꢤꢥ

Αθροιστική

Συχνότητα

ꢧꢥ

Χρόνος

σε λεπτά

Συχνότητα

ꢤꢥ · ꢦꢥ

ꢦꢥ

ꢋꢨ – ꢩꢨꢈ

ꢋꢩꢨ – ꢪꢨꢈ

ꢋꢪꢨ – ꢫꢨꢈ

ꢋꢫꢨ – ꢬꢨꢈ

20

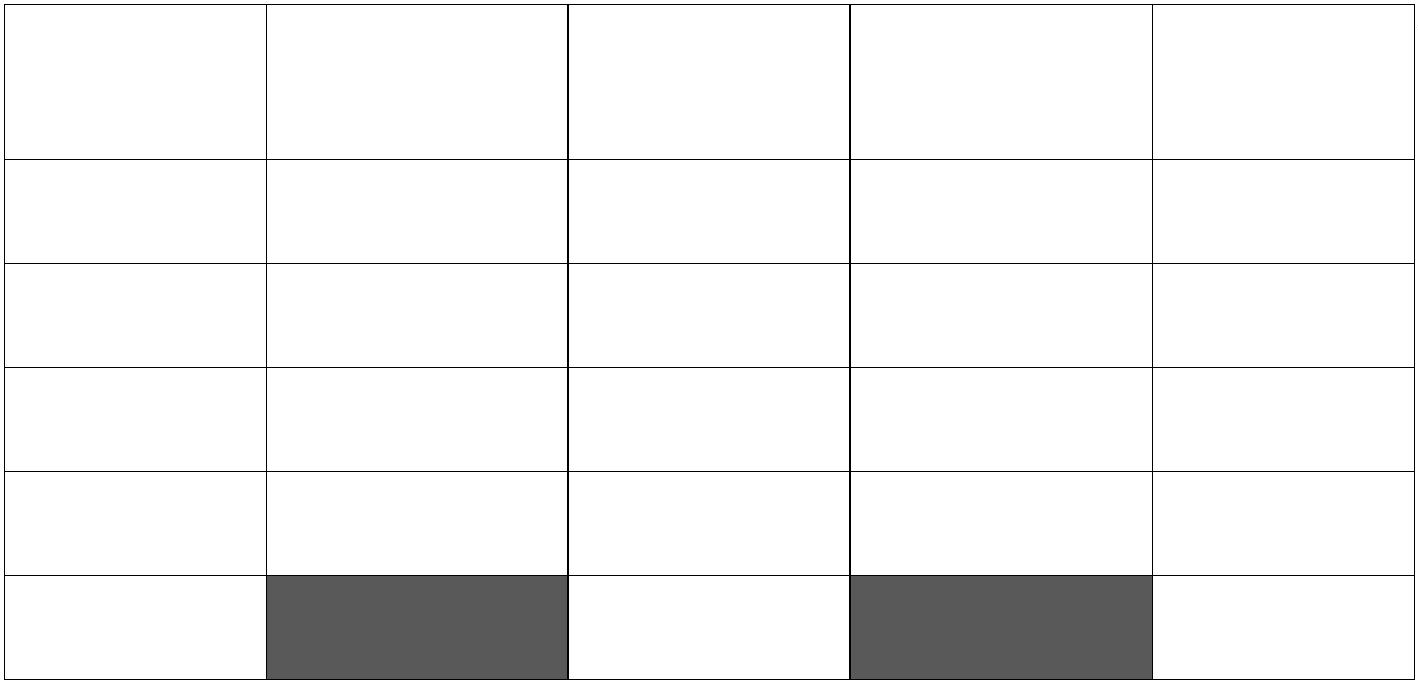
34

12

ꢭ ꢉ 50

ΣΥΝΟΛΑ

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

Β1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο

πίνακα και να τον συμπληρώσετε σωστά.

Μονάδες 7

Β2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή ꢅ του χρόνου, που

χρειάστηκαν οι μαθητές για να γράψουν το

διαγώνισμα.

Μονάδες 5

Β3. Να υπολογίσετε τη διακύμανση ꢮꢠ (Μον. 7) και την

τυπική απόκλιση ꢮ της μεταβλητής (Μον. 2).

Μονάδες 9

Β4. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας CV%.

Μονάδες 4

(∆ίνεται: √96 ꢯ 10)

ΘΕΜΑ Γ

∆

ίνεται η συνάρτηση ꢀ ꢁ ꢄ ꢃ ꢄ με τύπο:

ꢅꢱ ꢲ 8

,

ꢌꢭ ꢅ ꢞ 2

ꢳꢅ ꢲ 2ꢳ

ꢀ

ꢇꢅꢈ ꢉ ꢰ

4

ꢅ ꢴ 4ꢵꢛꢶꢠ, ꢌꢭ ꢅ ꢷ 2

όπου ꢳ ꢒ ꢄꢓ.

Γ1. Να βρείτε το:

lim ꢀꢇꢅꢈ

ꢸ

ꢛꢃꢠ

Μονάδες 4

Μονάδες 8

Γ2. Να βρείτε το:

lim ꢀꢇꢅꢈ

ꢹ

ꢛꢃꢠ

Γ3. Να βρείτε για ποιές τιμές του ꢳ η συνάρτηση είναι

συνεχής στο ꢅꢆ ꢉ 2.

Μονάδες 6

ꢠ

Γ4. Για λ=1 να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα ꢏ ꢀꢇꢅꢈꢐꢅ.

ꢚ

Μονάδες 7

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ – Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΘΕΜΑ ∆

Μία ομάδα περιβαλλοντολόγων εκτιμά ότι το βάρος ꢺ (ꢺ σε

τόνους) ενός παγόβουνου μεταβάλλεται με τον χρόνο ꢻ (ꢻ σε

έτη) σύμφωνα με τη συνάρτηση:

ꢻꢱ

ꢼ

ꢇꢻꢈ ꢉ ꢲ

ꢴ 2ꢻꢠ ꢴ 12ꢻ ꢴ 15, 0 ꢷ ꢻ ꢷ 10

3

∆

1. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του

παγόβουνου.

Μονάδες 5

Μονάδες 8

∆

2. Ποιά χρονική στιγμή τo βάρος του παγόβουνου γίνεται

μέγιστο;

∆

3. Να αποδείξετε ότι, αν ꢻ ꢒ ꢋ6, 9ꢎ, τότε ισχύει:

ꢇ9ꢈ ꢷ ꢺꢇꢻꢈ ꢷ ꢺꢇ6ꢈ

ꢺ

Μονάδες 5

∆

4. Ποιά χρονική στιγμή o ρυθμός μεταβολής του βάρους

του παγόβουνου γίνεται μέγιστος;

Μονάδες 7

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία,

εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο

τετράδιο.

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των

φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. ∆εν

επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την

αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα

φωτοαντίγραφα.

1

2

3

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα, μόνο με

μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.

4

5

. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.

. ∆ιάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΑ∆ΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

HMEΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪOY 2016

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής

συνάρτησης f(x)= x είναι f (x) (x) 1 για κάθε x στο

′

= ′=

σύνολο \ των πραγματικών αριθμών.

Μονάδες 10

Α2. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου (δ) ενός δείγματος

ν παρατηρήσεων, όταν το ν είναι περιττός αριθμός.

Μονάδες 5

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν,

γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που

αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η

πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση

είναι λανθασμένη.

( )′

α) ημx =συνx

(Μον. 2)

( )′

1

β)

3 =

2

3

(Μον. 2)

γ) Σε μία κανονική ή περίπου κανονική κατανομή στο

(

)

διάστημα x − s,x+ s βρίσκεται το 68% περίπου των

παρατηρήσεων.

(Μον. 2)

δ) Αν lim f(x) = A και lim g(x) = A όπου A , A

1

2

1

2

x→x0

x→x0

πραγματικοί αριθμοί τότε:

(

) A A

lim f(x) g(x) =

.

2

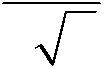
1

x→x

0

(Μον. 2)

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ε) Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα

διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για

οποιαδήποτε σημεία x ,x ∈Δ με x < x

ισχύει

1

2

1

2

f(x )< f(x ).

1

2

(Μον. 2)

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των πιστωτικών

καρτών που έχουν 20 υπάλληλοι μιας επιχείρησης.

Αριθμός

Αριθμός

Αθροιστική

Σχετική

πιστωτικών

καρτών

xi

υπαλλήλων Συχνότητα Συχνότητα

xiνi

νi

Ni

fi%

0

5

1

9

2

10

3

4

ΣΥΝΟΛΑ

η

ν

η

Β1. Αν γνωρίζετε ότι η 5 συχνότητα ( ) ισούται με την 1

5

συχνότητα (ν1), να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον

παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 10

Β2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή x των πιστωτικών

καρτών των υπαλλήλων.

Μονάδες 5

Β3. Να υπολογίσετε τον αριθμό των υπαλλήλων που έχουν

το πολύ 3 πιστωτικές κάρτες.

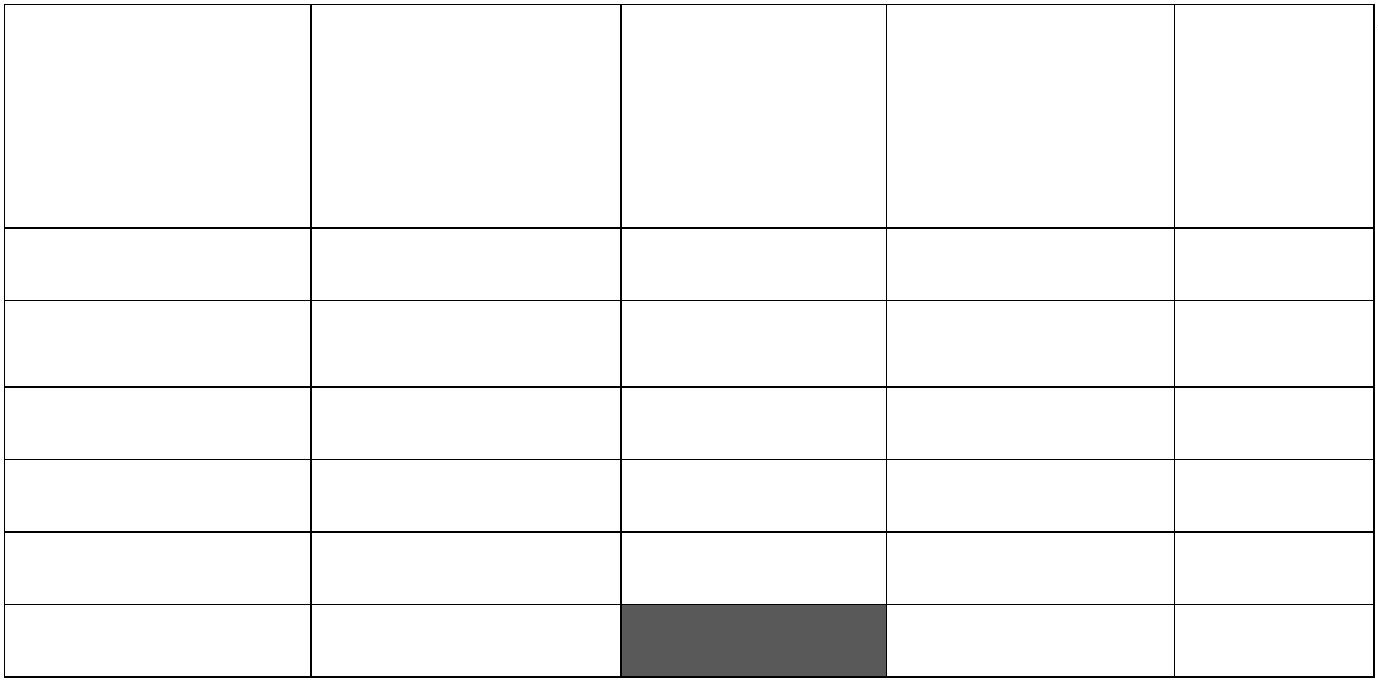
Μονάδες 5

Β4. Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν

τουλάχιστον 2 πιστωτικές κάρτες.

Μονάδες 5

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΘΕΜΑ Γ

ίνεται η συνάρτηση f:\ → \ με τύπο:

∆

x

1

f (x) =

+

x2 + 1 2

1

− x2

Γ1. Να αποδείξετε ότι f′(x)=

(x2 + 1

)

2

Μονάδες 6

Γ2. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης f στα

σημεία x = −1 και x =1.

1

2

Μονάδες 4

Γ3. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία

και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.

Μονάδες 12

Γ4. Να συγκρίνετε τις τιμές

συνάρτησης f .

f(2015) και f(2016) της

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ ∆

∆

ίνεται η συνάρτηση f:\ → \ με τύπο:

f (x)= x2 + αx − 3, α ∈ \ .

1. Να υπολογίσετε την τιμή του α αν

∆

x

2

− 6x + 8

α = lim

x − 4

x→4

Μονάδες 8

Μονάδες 3

∆

∆

2. Για α=2 να βρείτε την f′(x).

3. Για α=2 να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της

γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο

(

)

M −2,f(−2) .

Μονάδες 8

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

∆

4. Αν τα σημεία A (x ,y ), A (x ,y ), A (x ,y ), A (x ,y ), A (x ,y )

1

1

1

2

2

2

3

3

3

4

4

4

5

5

5

ανήκουν στην ευθεία ε: y= − 2x − 7 και οι τετμημένες

x , x , x , x , x των σημείων A , A , A , A , A έχουν μέση

1

2

3

4

5

1

2

3

4

5

τιμή x=2, να βρείτε τη μέση τιμή y των τεταγμένων

y , y , y , y , y των σημείων αυτών.

1

2

3

4

5

Μονάδες 6

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία,

εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο

τετράδιο.

2

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των

φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. ∆εν

επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την

αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα

φωτοαντίγραφα.

3

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα, μόνο με

μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.

4

5

. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.

. ∆ιάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΑ∆ΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

HMEΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

(ΟΜΑ∆Α A΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙ∆ΙΚΟΤΗΤΑΣ

ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑ∆Α Β΄)

ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪOY 2016

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Τι ονομάζεται συχνότητα τιμής ꢀ μιας μεταβλητής

ꢁ

ενός δείγματος.

Μονάδες 6

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν,

γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που

αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η

πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση

είναι λανθασμένη.

α) Το εύρος ως παράμετρος διασποράς χρησιμοποιεί

μόνο τις ακραίες τιμές της μεταβλητής.

(Μον. 2)

β) ꢂꢃꢄꢅꢆ ꢇ ꢀꢃꢄꢈꢉ

.

(Μον. 2)

γ) Έστω δύο συνεχείς συναρτήσεις ꢊ, ꢋ ꢌ ꢍꢎ, ꢏꢐ ꢑꢒ με

συνεχείς παραγώγους ꢊ΄, ꢋ΄. Τότε ισχύει ότι:

ꢕ

ꢕ

ꢖ

ꢓ ꢊ ꢀ ꢋ ꢀ ꢔꢀ ꢇ ꢍꢊꢂꢀꢅꢋꢂꢀꢅꢐ

ꢖ

ꢆꢂ ꢅ ꢂ ꢅ

.

(Μον. 2)

δ) Η παράγουσα της συνάρτησης ꢊꢂꢀꢅ ꢇ ꢗꢘꢙ ꢀ είναι η

ꢚꢂꢀꢅ ꢇ ꢛꢜꢝ ꢀ ꢞ ꢟ όπου ꢟ ꢠ ꢒ.

(Μον. 2)

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ε) Η παράγωγος συνάρτηση μπορεί να θεωρηθεί ως ο

ρυθμός μεταβολής ενός μεγέθους σε οποιαδήποτε

τιμή της μεταβλητής του.

(Μον. 2)

Μονάδες 10

Α3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω

ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) Αν οι συναρτήσεις ꢊ, ꢋ ꢌ ꢡ ꢑꢒ είναι παραγωγίσιμες

στο πεδίο ορισμού τους Α, τότε και η συνάρτηση

ꢢ

ꢂꢋ ꢤ 0ꢅ είναι παραγωγίσιμη στο Α και ισχύει:

ꢣ

ꢆ

ꢢ

ꢥ ꢦ ꢂꢀꢅ ꢇ ꢧ

ꢣ

(Μον. 3)

(Μον. 3)

ꢕ

ꢖ

β) ꢨ 1ꢔꢀ ꢇ ꢧ

γ) Αν ꢊ , ꢊ , . . . , ꢊ είναι οι σχετικές συχνότητες των

ꢉ

ꢩ

ꢪ

τιμών ꢀ , ꢀ , . . . , ꢀ αντίστοιχα μιας μεταβλητής, τότε

ꢉ

ꢩ

ꢪ

ισχύει: ꢊ ꢞ ꢊ ꢞ . . . ꢞꢊ ꢇ ꢧ, όπου ꢫ το πλήθος των

ꢉ

ꢩ

ꢪ

διαφορετικών τιμών της μεταβλητής.

(Μον. 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

∆ίνεται ο παρακάτω πίνακας κατανομής:

Αθροιστική

Συχνότητα

ꢯꢭ

Σχετική

Συχνότητα

Συχνότητα

ꢬꢭ

ꢬꢭ · ꢮꢭ

ꢮꢭ

ꢰꢭ%

0

5

1

9

2

16

20

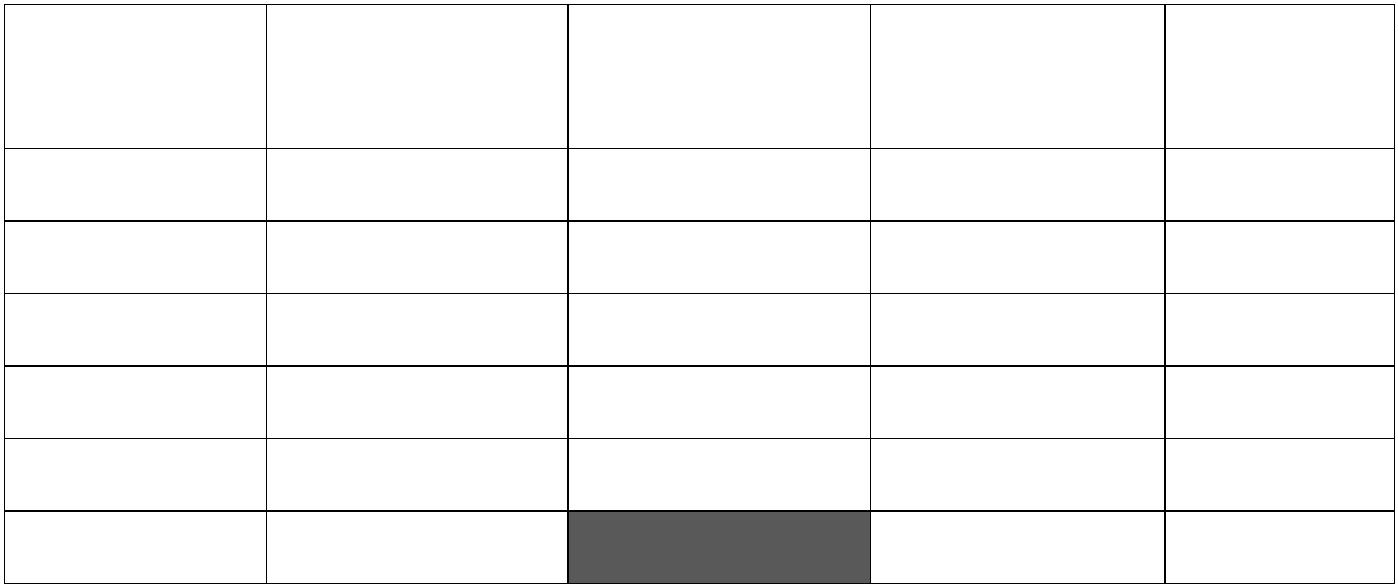
3

4

ΣΥΝΟΛΑ

25

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

Β1. Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να

τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 9

Β2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή ꢀ.

Μονάδες 5

Β3. Να υπολογίσετε τη διάμεσο δ.

Μονάδες 3

Β4. Να υπολογίσετε τη διακύμανση ꢲꢩ.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

∆

ίνεται η συνάρτηση ꢊ με τύπο:

ꢊꢂꢀꢅ ꢇ ꢀ ꢛ 3ꢀ ꢛ 9ꢀ ꢞ 2, ꢀ ꢠ ꢒ.

ꢳ

ꢩ

Γ1. Να βρείτε την ꢊꢴꢂꢀꢅ.

Μονάδες 5

Γ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση ꢊ ως προς τη μονοτονία

και να υπολογίσετε τα τοπικά ακρότατα.

Μονάδες 10

Γ3. ∆ίνονται οι συναρτήσεις:

ꢋꢂꢀꢅ ꢇ 3ꢀꢩ,

ꢀ ꢠ ꢒ,

ꢵ

ꢂꢀꢅ ꢇ 6ꢀ ꢞ 9, ꢀ ꢠ ꢒ.

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου το οποίο

περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των

συναρτήσεων ꢋꢂꢀꢅ και ꢵꢂꢀꢅ.

Μονάδες 10

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΘΕΜΑ ∆

∆

ίνεται η συνάρτηση ꢊ με τύπο:

⎧

1

−

x2

⎡

x∈ 0,1

)

,

⎪

⎣

⎪

x −1

( )

f x =

⎨

⎪

⎡

)

αx + βx, x∈ 1,+∞ ,

2

α,β∈R

⎪

⎣

⎩

∆

∆

1. Να βρείτε το lim ꢊꢂꢀꢅ.

ꢶ

ꢄꢑꢉ

Μονάδες 10

Μονάδες 5

2. Να βρείτε το lim ꢊꢂꢀꢅ.

ꢷ

ꢄꢑꢉ

∆

3. Να υπολογίσετε τις τιμές των α,β ∈R ώστε να υπάρχει

το lim ꢊꢂꢀꢅ και ꢊꢴꢂ2ꢅ ꢇ 2.

ꢄꢑꢉ

Μονάδες 10

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία,

εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο

τετράδιο.

2

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των

φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. ∆εν

επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την

αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα

φωτοαντίγραφα.

3

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα, μόνο με

μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.

4

5

. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.

. ∆ιάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

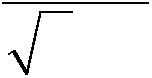
φωτοαντιγράφων.

6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ∆΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΑ∆ΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

HMEΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΠΕΜΠΤΗ 8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Αν οι συναρτήσεις f , g είναι παραγωγίσιμες στο \ , να

αποδείξετε ότι:

′

′

′

(

)

f(x) + g(x) = f (x) + g (x)

Μονάδες 10

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν,

γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που

αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η

πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση

είναι λανθασμένη.

α) Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική

παράσταση μιας ποσοτικής μεταβλητής.

(Μον. 2)

β) Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται

συνεχής, αν για κάθε x0 ∈ A ισχύει:

lim f(x) = f(x0 )

x→x

0

(Μον. 2)

( )

γ) Το εύρος R

είναι ένα μέτρο διασποράς.

(Μον. 2)

Μονάδες 6

Α3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες

και να τις συμπληρώσετε:

′

(

)

ρ =

α) x

..., όπου ρ ρητός αριθμός.

(Μον. 3)

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ∆΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

′

(

)

β) συν x = ...

(Μον. 3)

γ) Αν x ,x ,..., x

είναι οι τιμές μιας ποσοτικής

1

2

ν

μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους ν και

w ,w ,..., w είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές

1

2

ν

στάθμισης (βαρύτητας), τότε ο σταθμικός μέσος

βρίσκεται από τον τύπο:

x =...

(Μον. 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Οι βαθμοί ενός φοιτητή σε 10 μαθήματα είναι:

4

, κ, 5, 6, 2κ +1, 4, 6, κ + 2, 6, 4

όπου:

2

+

−

κ = lim

x −1

x→1

Β1. Να αποδείξετε ότι κ = 3.

Μονάδες 7

Β2. Για κ = 3, να υπολογίσετε τη μέση τιμή x των βαθμών

(

)

του φοιτητή.

Μονάδες 5

(

)

Β3. Για κ = 3, να υπολογίσετε τη διακύμανση s .

2

Μονάδες 8

Β4. Για κ = 3, να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV.

ίνεται ότι 1,4 ≅ 1,18.

∆

Μονάδες 5

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ∆΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΘΕΜΑ Γ

Οι ηλικίες των εργαζομένων σε μια επιχείρηση ακολουθούν

περίπου την κανονική κατανομή.

Εάν το 50% των εργαζομένων έχουν ηλικία μεγαλύτερη των

4

0 ετών και το 16% των εργαζομένων έχουν ηλικία μικρότερη

των 35 ετών, να αποδείξετε ότι:

Γ1. Η μέση τιμή των ηλικιών των εργαζομένων είναι x = 40.

Μονάδες 5

Γ2. Η τυπική απόκλιση είναι s = 5.

Μονάδες 10

Εάν οι εργαζόμενοι της επιχείρησης είναι 400, να βρείτε:

Γ3. Πόσοι εργαζόμενοι έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 45

ετών.

Μονάδες 5

Γ4. Πόσοι εργαζόμενοι έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 30 ετών

και μικρότερη των 45 ετών.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ ∆

∆

ίνεται η συνάρτηση f:\ → \ με τύπο:

1

f (x) = − x

3

+

2

x

2

−

3

x

+

1

3

∆

∆

1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 8

2. Να βρείτε τις θέσεις, το είδος και τις τιμές των τοπικών

ακροτάτων της συνάρτησης f .

Μονάδες 6

∆

3. Να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της

συνάρτησης f στο οποίο η εφαπτομένη είναι παράλληλη

στην ευθεία y = x + 2017.

Μονάδες 6

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ∆΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

( ) ( ) ( ) (

4. Εάν τα σημεία M x ,y , M x ,y , M x ,y , M x ,y ,

1 1 1 2 2 2 3 3 3 4 4

)

∆

4

(

) ανήκουν στη γραφική παράσταση της

M x ,y

5

5

5

=

′

′

και η τυπική απόκλιση των τετμημένων

y f (x)

)

3

x , x , x , x , x

των M (x ,y ), M (x ,y ), M (x ,y ,

1

2

3

4

5

1 1 1 2 2 2 3 3

(

)

(

) είναι ίση με 3, να βρείτε την

M x ,y , M x ,y

5

4

4

4

5

5

τυπική απόκλιση των τεταγμένων y , y , y , y , y των

1

2

3

4

5

σημείων M (x ,y ), M (x ,y ), M (x ,y ), M (x ,y ),

1

1

1

2

2

2

3

3

3

4

4

4

(

).

M x ,y

5

5

5

Μονάδες 5

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία,

εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο

τετράδιο.

2

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των

φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. ∆εν επιτρέπεται

να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να

παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα, μόνο με μπλε

ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.

3

4

5

. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.

. ∆ιάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΠΑΝΕΛΛΑ∆ΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ HMEΡΗΣΙΩΝ – ∆΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ – ΑΥΤΟΤΕΛΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ

ΤΜΗΜΑΤΩΝ ΣΥΝ∆Ι∆ΑΣΚΑΛΙΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΣΑΒΒΑΤΟ 9 ΙΟΥΝΙΟΥ 2018

&

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω x ,x ,..., x οι τιμές μιας μεταβλητής X που αφορά

1

2

κ

τ

α

ά

τ

ο

μ

α

ε

ν

ό

ς

δ

ε

ί

γ

μ

α

τ

ο

ς

μ

ε

γ

έ

θ

ο

υ

ς

ν

ό

π

ο

υ

κ

,

ν

μ

η

,

κ ≤ν .

μ

η

δ

ε

ν

ι

κ

ο

ί

φ

υ

σ

ι

κ

ο

ί

α

ρ

ι

θ

μ

ο

ί

μ

ε

α. Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα νi που αντιστοιχεί

στην τιμή xi , i=1,2,...,κ ;

(Μον. 3)

β. Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα f της τιμής x ,

i

i

i =1,2,...,κ ;

(Μον. 3)

γ. Να αποδείξετε ότι f + f +. . .+ f =1.

1

2

κ

(Μον. 4)

Μονάδες 10

Α2. Έστω f μία συνάρτηση με πεδίο ορισμού το A. Πότε

λέμε ότι η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο

x0 του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν,

γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που

αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η

πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση

είναι λανθασμένη.

Τ

Ε

Λ

Ο

Σ

1

Η

Σ

Α

Π

Ο

4

Σ

Ε

Λ

Ι

∆

Ε

Σ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

α. Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το

6

8% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο

( −

+ )

δ

ι

ά

σ

τ

η

μ

α

x

s

,

x

s

,

ό

π

ο

υ

x

η

μ

έ

σ

η

τ

ι

μ

ή

κ

α

ι

s

η

τ

υ

π

ι

κ

ή

α

π

ό

κ

λ

ι

σ

η

.

(

)′ =

ημx

β. συνx

γ. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη

γραφική παράσταση μόνο ποσοτικών δεδομένων.

( )

2

δ. Η διακύμανση s είναι μέτρο διασποράς.

ε. Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα

διάστημα Δ και ισχύει f '( x ) < 0 για κάθε εσωτερικό

σημείο του Δ, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

ίνονται οι αριθμοί: 14, 12, 18, 4α −1, 16 με α∈\.

∆

Β1. Αν η διάμεσος των παραπάνω αριθμών είναι ίση με 15,

να υπολογίσετε την τιμή του α .

Μονάδες 7

( )

Β2. Για α =4 να υπολογίσετε τη διακύμανση s .

2

Μονάδες 7

Β3. Για α =4 να εξετάσετε αν το δείγμα των παραπάνω

αριθμών είναι ομοιογενές.

Μονάδες 5

Β4. Για α =4 να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής των

αριθμών που θα προκύψουν, αν ο καθένας από τους

παραπάνω αριθμούς πολλαπλασιαστεί με το −2 και στη

συνέχεια αυξηθεί κατά 5.

Μονάδες 6

Τ

Ε

Λ

Ο

Σ

2

Η

Σ

Α

Π

Ο

4

Σ

Ε

Λ

Ι

∆

Ε

Σ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΘΕΜΑ Γ

∆ίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

=

3 −

f (x) 2x 3κx κ, κ

2 +

∈ \ και x∈\.

Γ1. Εάν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της

συνάρτησης f στο σημείο M(1, f( 1)) είναι παράλληλη

στον άξονα x' x, να υπολογίσετε τον αριθμό κ .

Μονάδες 5

Γ2. Για κ = 1 να βρείτε την τιμή του x για την οποία ο

ρυθμός μεταβολής της f ( x ) γίνεται ελάχιστος.

Μονάδες 10

Γ3. Για κ = 1 να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της

(−

− )

γ

ρ

α

φ

ι

κ

ή

ς

π

α

ρ

ά

σ

τ

α

σ

η

ς

τ

η

ς

f

'

σ

τ

ο

σ

η

μ

ε

ί

ο

1

,

f

'

(

1

)

.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ ∆

∆

ί

ν

ε

τ

α

ι

η

σ

υ

ν

ά

ρ

τ

η

σ

η

f

μ

ε

τ

ύ

π

ο

:

f (x)

=

2 + +

x 4 2018 ,

x∈\.

x

∆

∆

1. Να δείξετε ότι f '( x )=

2

+

x 4

Μονάδες 6

2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία

και να βρείτε το είδος και την τιμή του ακρότατου.

Μονάδες 9

∆

3. Να υπολογίσετε το όριο

2

+

' −

(x 4 ) f (x) 2x

lim

x2

x→0

Μονάδες 10

Τ

Ε

Λ

Ο

Σ

3

Η

Σ

Α

Π

Ο

4

Σ

Ε

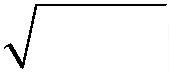
Λ

Ι

∆

Ε

Σ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία,

εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο

τετράδιο.

2

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των

φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. ∆εν επιτρέπεται

να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να

παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα, μόνο με μπλε

ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.

3

4

5

. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.

. ∆ιάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

Τ

Ε

Λ

Ο

Σ

4

Η

Σ

Α

Π

Ο

4

Σ

Ε

Λ

Ι

∆

Ε

Σ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΠΑΝΕΛΛΑ∆ΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΣΑΒΒΑΤΟ 8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής

=

x

ε

ί

ν

α

ι

f

'

(

x

)

=

(

x

)

'

=

1

γ

ι

α

κ

ά

θ

ε

x

σ

υ

ν

ά

ρ

τ

η

σ

η

ς

f

(

x

)

σ

τ

ο

σ

ύ

ν

ο

λ

ο

\

τ

ω

ν

π

ρ

α

γ

μ

α

τ

ι

κ

ώ

ν

α

ρ

ι

θ

μ

ώ

ν

.

Μονάδες 8

Α2. α. Ποιες μεταβλητές λέγονται ποσοτικές; (μον. 3)

β. Πότε μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται διακριτή

και πότε συνεχής; (μον. 4)

Μονάδες 7

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν,

γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που

αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η

πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση

είναι λανθασμένη.

′

⎛

⎝

1 ⎞

1

\

{ }

, x ∈ − 0 .

2

α. Ισχύει

=

⎜

⎟

x ⎠ x

′

( ( ( )))

' ( ( ))⋅ ' ( ),

f g x g x

β. Ισχύει

f g x

=

ό

π

ο

υ

f ,g

π

α

ρ

α

γ

ω

γ

ί

σ

ι

μ

ε

ς

σ

υ

ν

α

ρ

τ

ή

σ

ε

ι

ς

.

γ. Ο σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.

Τ

Ε

Λ

Ο

Σ

1

Η

Σ

Α

Π

Ο

4

Σ

Ε

Λ

Ι

∆

Ε

Σ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

δ. Σε κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, αν

αi

σ

υ

μ

β

ο

λ

ί

ζ

ε

ι

τ

ο

τ

ό

ξ

ο

τ

ο

υ

κ

υ

κ

λ

ι

κ

ο

ύ

τ

μ

ή

μ

α

τ

ο

ς

π

ο

υ

ν

ν

,

τ

ό

τ

ε

α = ⋅360o

i

α

ν

τ

ι

σ

τ

ο

ι

χ

ε

ί

σ

τ

η

σ

υ

χ

ν

ό

τ

η

τ

α

i

ν

i

γ

ι

α

i

=

1

,

2

,

.

.

.

,

κ

κ

α

ι

ν

τ

ο

μ

έ

γ

ε

θ

ο

ς

τ

ο

υ

δ

ε

ί

γ

μ

α

τ

ο

ς

.

(

)

(

)

ε. Αν lim f x = l και

lim g x = l ,

ό

π

ο

υ

l

,

l

1

2

1

2

x

→

x

x→x

o

o

π

ρ

α

γ

μ

α

τ

ι

κ

ο

ί

α

ρ

ι

θ

μ

ο

ί

,

τ

ό

τ

ε

l

i

m

(

f

(

x

)

g

(

x

)

)

=

l

l

.

1

2

x

→

x

o

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Οι τιμές ενός δείγματος είναι 11, 7, κ, 13, 11, 10 όπου

κ > 0. Ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος είναι

CV =20% και η διακύμανσή του είναι s 4 .

2

=

Β1. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή x του παραπάνω

δείγματος.

Μονάδες 5

Β2. Αν x =10 , να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού

α

ρ

ι

θ

μ

ο

ύ

κ

.

Μονάδες 7

Β3. Αν κ =8, να υπολογίσετε τη διάμεσο ( δ ) (μον. 4) και

το εύρος (R) (μον. 2) του παραπάνω δείγματος.

Μονάδες 6

Β4. Αν από κάθε τιμή του παραπάνω δείγματος αφαιρεθεί

ο αριθμός 2, να εξετάσετε αν το δείγμα των νέων

τιμών είναι ομοιογενές (μον. 5) και να αιτιολογήσετε

την απάντησή σας (μον. 2).

Μονάδες 7

Τ

Ε

Λ

Ο

Σ

2

Η

Σ

Α

Π

Ο

4

Σ

Ε

Λ

Ι

∆

Ε

Σ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΘΕΜΑ Γ

∆ίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

2

−

+

f (x)

=

x −1

Γ1. Να δείξετε ότι f '( x )=

.

2

−

+

Μονάδες 3

Γ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία

\

(μον. 5) και να δείξετε ότι f ( x ) ≥ 3 για κάθε x ∈

(μον. 6).

Μονάδες 11

Γ3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ε της

γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο

( ( ))

M 5 , f 5 .

Μονάδες 6

Γ4. Αν Α, Β είναι τα σημεία τομής της εφαπτομένης ε με

τους άξονες x' x και y' y αντίστοιχα, να βρείτε τις

συντεταγμένες των σημείων Α (μον. 3) και Β (μον. 2).

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ ∆

f

:

\

→

\

μ

ε

τ

ύ

π

ο

:

∆

ί

ν

ε

τ

α

ι

η

σ

υ

ν

ά

ρ

τ

η

σ

η

,

ό

π

ο

υ

λ

∈

\

σ

τ

α

θ

ε

ρ

ά

.

=

3

−

2

+

∆

1. Για λ = 3 να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη

μ

ο

ν

ο

τ

ο

ν

ί

α

(

μ

ο

ν

.

4

)

κ

α

ι

ν

α

σ

υ

γ

κ

ρ

ί

ν

ε

τ

ε

τ

ο

υ

ς

α

ρ

ι

θ

μ

ο

ύ

ς

⎛

⎝

3 ⎞

8 ⎠

⎛

5

⎞

f

κ

α

ι

f

(μον. 3).

⎜

⎟

⎜ ⎟

⎝ 6 ⎠

Μονάδες 7

Τ

Ε

Λ

Ο

Σ

3

Η

Σ

Α

Π

Ο

4

Σ

Ε

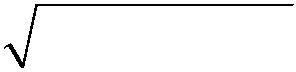
Λ

Ι

∆

Ε

Σ



Α

Ρ

Χ

Η

4

Η

Σ

Σ

Ε

Λ

Ι

∆

Α

Σ

∆

2. Για λ = 3 να υπολογίσετε το όριο:

f

'

(

x

)

l

i

m

.

(

)

(

)

−

⋅

2

−

x

→

1

Μονάδες 7

∆

∆

3. Για λ = 3 να βρείτε το σημείο της γραφικής

παράστασης της συνάρτησης f , στο οποίο η

εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.

Μονάδες 6

4. Να βρείτε τη μικρότερη τιμή του λ για την οποία η

συνάρτηση f δεν παρουσιάζει ακρότατα.

Μονάδες 5

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά

(ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα

θέματα στο τετράδιο.

2

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των

φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. ∆εν

επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την

αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα

φωτοαντίγραφα.

3

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα, μόνο με

μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.

. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.

. ∆ιάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

4

5

6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

Τ

Ε

Λ

Ο

Σ

4

Η

Σ

Α

Π

Ο

4

Σ

Ε

Λ

Ι

∆

Ε

Σ



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΠΑΝΕΛΛΑ∆ΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΠΕΜΠΤΗ 18 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙ∆ΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού Α λέγεται

συνεχής;

Μονάδες 4

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν,

γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που

αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η

πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση

είναι λανθασμένη.

=

α. Η συνάρτηση f ( x ) x έχει παράγωγο στο σημείο

xo = 0.

β. Τα χαρακτηριστικά ως προς τα οποία εξετάζουμε

έναν πληθυσμό λέγονται μεταβλητές και τις

συμβολίζουμε συνήθως με κεφαλαία γράμματα.

γ. Η σχετική συχνότητα f της τιμής x δίνεται από τον

i

i

ν

τύπο f = , όπου ν η συχνότητα της τιμής x και ν

i

i

i

ν

i

το μέγεθος του δείγματος.

Μονάδες 6

Α3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω

ισότητες και να τις συμπληρώσετε.

(

⋅

)′ ="

α. f ( x ) g( x )

′

( ) "

β.

x =

, με x > 0

(

)′ ="

γ. συνx

Μονάδες 9

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

Α4. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης

f ( x ) x

= 2 είναι f '( x ) = ( x2 )' = 2x, για κάθε x στο

σύνολο \ των πραγματικών αριθμών.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των βιβλίων που

διάβασαν οι μαθητές ενός σχολείου κατά τη διάρκεια των

καλοκαιρινών διακοπών:

xi

νi

fi % Ni Fi%

0

1

2

3

70

90

100

10

10

Σύνολο

100

Δίνεται ότι το 40% των μαθητών δεν διάβασαν κανένα

βιβλίο.

Β1. Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό

σας και να συμπληρώσετε τα κενά.

Μονάδες 12

Β2. Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που έχουν

διαβάσει τρία βιβλία;

Μονάδες 3

Β3. Πόσοι μαθητές διάβασαν τουλάχιστον ένα βιβλίο;

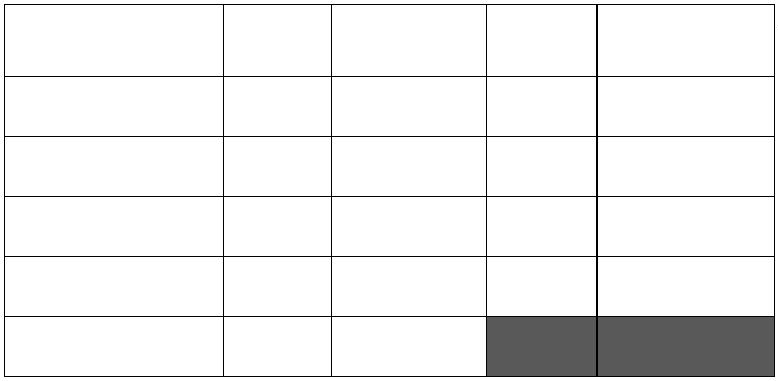
Μονάδες 5

Β4. Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που διάβασαν το

πολύ δύο βιβλία;

Μονάδες 5

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

ΘΕΜΑ Γ

∆

ίνεται η συνάρτηση f : \→ \ με τύπο f ( x ) x λx 2

=

3 − 2 + ,

όπου λ∈\ σταθερά.

Γ1. Να βρείτε την τιμή του λ, ώστε η γραφική παράσταση

της συνάρτησης f να διέρχεται από το σημείο A( −1,−2 ).

Μονάδες 4

Γ2. Για λ = 3 να βρείτε τις συναρτήσεις f '( x ) και f ''( x ).

Μονάδες 6

Γ3. Για λ = 3 να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη

μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή των

τοπικών ακροτάτων της.

Μονάδες 8

Γ4. Για λ = 3 να υπολογίσετε το όριο

f '(x)+ 3

lim

.

f ''(x)

x→1

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ ∆

\

\

∆

ίνεται η συνάρτηση f : →

με τύπο

(

)20

f (x)

=

2 + +

x 4x 5

.

∆

∆

1. Να δείξετε ότι

(

)19

⋅ ( + ) .

=

2

+ +

x 2

f '(x) 40 x 4x 5

Μονάδες 5

Μονάδες 4

2. Να βρείτε το όριο:

f (-2+h) - f(-2)

lim

.

h

h→0

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙ∆ΑΣ

∆

∆

3. Να δείξετε ότι

η

εφαπτομένη της γραφικής

παράστασης της f , η οποία είναι παράλληλη στον

άξονα x'x , έχει εξίσωση y = 1.

Μονάδες 8

( )

=

>

4. Θεωρούμε σημείο A x,1 της ευθείας y 1 με x 0 . Να

βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της απόστασης των

( )

( )

,

=

σημείων A x,1 και O 0,0 ως προς x όταν x 1.

Μονάδες 8

Ο∆ΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1

. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά

(ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα

θέματα στο τετράδιο.

2

. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των

φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. ∆εν

επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την

αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα

φωτοαντίγραφα.

3

. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα, μόνο με

μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.

. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.

. ∆ιάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των

φωτοαντιγράφων.

4

5

6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: 10.00 π.μ.

KΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙ∆ΕΣ

