

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

**ΘΕΜΑ 1ο**

Δίνεται ο πίνακας συχνοτήτων

$x_i$	Συχνότητα ( $v_i$ )	$v_i x_i$	Σχετική Συχνότητα ( $f_i$ )	Σχετική Συχνότητα % ( $f_i \%$ )
1	12			
2	15			
3	8			
4	5			
5	10			
Αθροί- σματα				

α. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 19

β. Να βρείτε τη μέση τιμή.

Μονάδες 6

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται ο πίνακας  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

α. Να υπολογίσετε τον πίνακα  $A^2$

Μονάδες 8

β. Να βρείτε τον πίνακα  $B = xA + yI$ , όπου  $x, y$  πραγματικοί

αριθμοί και  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Μονάδες 7

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

γ. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί  $x, y$  ώστε  $A^2=B$ .

Μονάδες 10

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , με

$$f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 12x + \sqrt{2}$$

α. Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης  $f$ .

Μονάδες 5

β. Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 10

γ. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει τοπικά ακρότατα.

Μονάδες 5

δ. Να υπολογίσετε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης  $f$ .

Μονάδες 5

**ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}, & x > 3 \\ \lambda^2 x^2 + 3\lambda x + 1, & x \leq 3 \end{cases}$$

όπου  $\lambda$  πραγματικός αριθμός. Να βρείτε:

## ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

α.  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

Μονάδες 8

β.  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

Μονάδες 5

γ. Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού  $\lambda$  για τις οποίες η συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0=3$ .

Μονάδες 12

### ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΑΡΧΗ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
Τ.Ε.Λ.

ΣΑΒΒΑΤΟ 16 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΑΠΟΦΟΙΤΟΥΣ  
ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΤΟΜΕΩΝ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΖΗΤΗΜΑ 1ο**

**A. α)** Δίνεται ο πίνακας  $M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

Να υπολογίσετε τον πίνακα  $N = M^2 - 4M + I_2$

**β)** Δίνεται ότι ο πίνακας  $A$  έχει διάσταση  $3 \times 2$ , ο πίνακας  $B$   $1 \times 4$ , ο πίνακας  $\Gamma$   $4 \times 3$ , ο πίνακας  $\Delta$   $2 \times 1$  και ο πίνακας  $E$   $2 \times 4$ . Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω πράξεις  $B \cdot \Gamma$ ,  $B \cdot \Delta$ ,  $\Delta \cdot B + 3E$ ,  $A^2$  και  $A + B$  ορίζουν πίνακες και να βρείτε τις διαστάσεις των πινάκων αυτών.

**B. α)** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $A(0, 1)$  και έχει συντελεστή διεύθυνσης  $-2$

**β)** Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{e^x - e}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{8}{x} + 2004 \right)$$

**ΖΗΤΗΜΑ 2ο**

- A. α)** Η γενέτειρα  $\lambda$  ενός κώνου είναι 17 cm και το ύψος του 15 cm. Να βρείτε την ακτίνα της βάσης του και τον όγκο του.
- β)** Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x + 3}, & x \neq -3 \\ \alpha, & x = -3 \end{cases}$$

Να βρείτε την τιμή του πραγματικού αριθμού  $\alpha$ , ώστε η συνάρτηση  $f$  να είναι συνεχής στο  $x_0 = -3$

- B.** Να μεταφερθεί στο τετράδιό σας και να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

Συνάρτηση $f$	Πρώτη παράγωγος $f'$
$\ln x, \quad x > 0$	.....
$\frac{1}{x}, \quad x \neq 0$	.....
$\eta\mu x$	.....
$\sigma\upsilon\nu x$	.....
$\sqrt{x}, \quad x > 0$	.....

**ΖΗΤΗΜΑ 3ο**

- A.** Η χωρητικότητα σε λίτρα των πνευμόνων ενός ανθρώπου ηλικίας  $x$  ετών δίνεται από τη συνάρτηση  $f(x) = -\frac{1}{200}x^2 + \frac{1}{5}x + 4, \quad 10 \leq x \leq 35$ .

Σε ποια ηλικία οι πνεύμονες του ανθρώπου έχουν τη μέγιστη χωρητικότητα;

**B.** Δίνονται οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  με τύπους  $f(x) = 1-x^2$  και  $g(x) = x - 1$

Να βρείτε το πεδίο ορισμού, τον τύπο και την παράγωγο των παρακάτω συναρτήσεων:

$$f + g \quad , \quad \frac{g}{f}$$

### **ΖΗΤΗΜΑ 4ο**

**A. α)** Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση  $x^2 - 6x + y^2 - 8y = 0$  παριστάνει κύκλο και να προσδιοριστεί το κέντρο και η ακτίνα αυτού του κύκλου.

**β)** Να βρεθούν τα σημεία τομής του παραπάνω κύκλου με τον άξονα  $y' y$ .

**B.** Δέκα κοινότητες ενώθηκαν σε ένα Δήμο σύμφωνα με το σχέδιο "ΙΩΑΝΝΗΣ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΣ". Ο πληθυσμός του Δήμου αυτού  $t$  χρόνια μετά την ένωση δίνεται από τη συνάρτηση με τύπο

$$P(t) = 10t e^{\frac{t}{10}} - 100e^{\frac{t}{10}} + 10100, \quad 0 \leq t \leq 22$$

**α)** Να αποδείξετε ότι  $P'(t) = t e^{\frac{t}{10}}$

**β)** Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του πληθυσμού 10 χρόνια μετά την ένωση (στο τελικό αποτέλεσμα να λάβετε  $e = 2,7$ ).

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Δεν θα αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο, εκτός από τη μεταφορά του πίνακα του θέματος 2B.
2. Στην πρώτη σελίδα των φωτοαντιγράφων να γράψετε το **ονοματεπώνυμό** σας στο πάνω μέρος αμέσως μόλις σας - παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.  
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία καταστρέφονται μετά την παράδοσή τους.
3. Να απαντήσετε σε όλα τα ζητήματα.
4. Να χρησιμοποιηθεί τόσο στις απαντήσεις των θεμάτων όσο και στα σχήματα **ΜΟΝΟ** στυλό διαρκείας χρώματος μπλε ή μαύρου.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού (Blanco) και υπολογιστή τσέπης.
6. Επιτρέπεται η χρήση οργάνων σχεδίασης.
7. **Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.**
8. **Διάρκεια εξέτασης υποψηφίων τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων. Δυνατή αποχώρηση μία (1) ώρα μετά την έναρξη της εξέτασης.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ  
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2002

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

**ΘΕΜΑ 1ο**

Οι βαθμοί των 11 μαθητών μιας τάξης ενός Τ.Ε.Ε. σε ένα μάθημα είναι:

12, 12, 9, 15, 12, 16, 17, 7, 19, 18, 17.

Για τα δεδομένα αυτά:

α. Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων.

**Μονάδες 5**

β. Να βρείτε τη μέση τιμή.

**Μονάδες 5**

γ. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.

**Μονάδες 5**

δ. Να βρείτε τη διάμεσο.

**Μονάδες 5**

ε. Να βρείτε τη διακύμανση.

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \ln 2 .$$

α. Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 8**

β. Να βρείτε τις τιμές  $f'(0)$  και  $f'(1)$ .

**Μονάδες 5**

γ. Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία.

**Μονάδες 12**

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ



ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x^2 - 1, & x \geq 1 \\ x + 2, & x < 1 \end{cases}$$

όπου  $\lambda$  πραγματικός αριθμός.

α. Να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

**Μονάδες 10**

β. Να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

**Μονάδες 10**

γ. Να υπολογίσετε το  $\lambda$  ώστε η συνάρτηση να είναι συνεχής στο  $x_0 = 1$ .

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

με  $f(x) = \lambda x^3 - x$  όπου  $\lambda$  πραγματικός αριθμός, για την οποία ισχύει ότι  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$ .

α. Να βρείτε την τιμή του  $\lambda$ .

**Μονάδες 10**

β. Για την τιμή του  $\lambda$  που βρήκατε, να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 8**

γ. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα  $\int_0^1 f(x) dx$ .

**Μονάδες 7**

## ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

### ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 11 ΙΟΥΝΙΟΥ 2003

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

**ΘΕΜΑ 1ο**

Μια μεταβλητή παίρνει τις τιμές :

$$5, 3, 3\omega, 3, 2\omega, 3, 3\omega, \omega \quad \text{με } \omega > 0$$

**α)** Αν η μέση τιμή τους είναι  $\bar{X}=4$  , να αποδείξετε ότι  $\omega=2$ .

**Μονάδες 7**

**β)** Για  $\omega=2$  να βρείτε :

**i)** Το εύρος των τιμών.

**Μονάδες 5**

**ii)** Την επικρατούσα τιμή.

**Μονάδες 5**

**iii)** Την τυπική απόκλιση.

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+6x-7}{x-1}, & \text{αν } x \neq 1 \\ \lambda - 2, & \text{αν } x = 1 \end{cases}$ ,

αν  $x \neq 1$

αν  $x = 1$

όπου  $\lambda \in \mathbb{R}$  .

α) Να βρείτε το  $f(0)$  και το  $f(2)$  .

**Μονάδες**

**6**

β) Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{x - 1}$  .

**Μονάδες 10**

γ) Να βρείτε το  $\lambda$ , ώστε η συνάρτηση  $f$  να είναι συνεχής στο  $x_0=1$ .

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln x + x - 1$  με  $x > 0$

α) Να βρείτε το  $f(1)$  .

**Μονάδες 4**

β) Να βρείτε την  $f'(x)$  και την  $f''(x)$  .

**Μονάδες**

**14**

γ) Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα για κάθε  $x > 0$  .

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Το ύψος (σε m) που βρίσκεται ένα τηλεκατευθυνόμενο μοντέλο αεροπλάνου, μετά

από χρόνο πτήσης  $t$  (sec) δίνεται από τη συνάρτηση:

$$f(t) = -3t^2 + 30t, \quad \text{όπου} \quad 0 \leq t \leq 10$$

**α)** Σε ποιο ύψος βρίσκεται το αεροπλάνο τη χρονική στιγμή  $t=0$ ;

**Μονάδες**

5

**β)** Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του ύψους του αεροπλάνου μετά από χρόνο  $t$ .

**Μονάδες 7**

**γ)** Να βρείτε το χρονικό διάστημα κατά το οποίο το αεροπλάνο ανεβαίνει, καθώς και το χρονικό διάστημα κατά το οποίο κατεβαίνει.

**Μονάδες 7**

**δ)** Να βρείτε τη χρονική στιγμή  $t$  κατά την οποία το αεροπλάνο βρίσκεται στο μέγιστο ύψος, καθώς και το ύψος αυτό.

**Μονάδες**

6

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.

4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**  
**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ 09 ΙΟΥΝΙΟΥ 2004

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

Εξετάσαμε δείγμα 25 οικογενειών μιας πόλης, ως προς τον αριθμό των παιδιών τους. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός παιδιών $x_i$	Συχνότητα $v_i$	Αθροιστική Συχνότητα	Σχ. Συχνότητα (%) $f_i \%$
0	4		
1			
2	5		
3	4		
4	3		
5	2		
Αθροίσματα			

- α) Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε. **Μονάδες 5**
- β) Να βρείτε την επικρατούσα τιμή. **Μονάδες 5**
- γ) Να βρείτε τη διάμεσο. **Μονάδες 5**
- δ) Τι ποσοστό οικογενειών έχει τρία παιδιά; **Μονάδες 5**
- ε) Πόσες οικογένειες έχουν μέχρι και δύο παιδιά; **Μονάδες 5**

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \frac{2x-18}{\sqrt{x}-3} & , x > 9 \\ \lambda x + 3 & , x \leq 9 \end{cases}$

όπου  $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 9^+} f(x)$  **Μονάδες 12**

β) Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 9^-} f(x)$  **Μονάδες 5**

γ) Να βρείτε το  $\lambda$ , ώστε η συνάρτηση  $f$  να είναι συνεχής στο  $x_0=9$ . **Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  
 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + \alpha x + \beta$  με  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

α) Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης  $f$ . **Μονάδες 5**

β) Αν  $f(1)=0$  και  $f(2)=5$ , να βρείτε τα  $\alpha$  και  $\beta$ . **Μονάδες 10**

γ) Για τις τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$  που βρήκατε στο ερώτημα (β), να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία. **Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Το άθροισμα του μήκους και του πλάτους ενός οικοπέδου, σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου, είναι 200 μέτρα. Αν το μήκος του είναι  $x$  μέτρα:



## ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του οικοπέδου ως συνάρτηση του  $x$  δίνεται από τον τύπο

$$E(x) = -x^2 + 200x.$$

**Μονάδες 5**

- β) Για ποια τιμή του  $x$  το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο;

**Μονάδες 10**

- γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του εμβαδού του οικοπέδου.

**Μονάδες 10**

### ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ**

**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

**ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ**

**ΤΡΙΤΗ 14 ΙΟΥΝΙΟΥ 2005**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

Ερωτήθηκαν 50 μαθητές ενός σχολείου για τον αριθμό των βιβλίων που διάβασαν στις διακοπές. Τα αποτελέσματα της έρευνας φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Τιμές $x_i$	Συχνότητα $v_i$	Αθροιστική Συχνότητα	$x_i v_i$
0		11	
1		25	
2		42	
3		47	
4		50	
Αθροίσματα			

α) Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 8**

β) Να βρείτε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων.

**Μονάδες 8**

γ) Να βρείτε τη διάμεσο των παρατηρήσεων.

**Μονάδες 5**

δ) Να βρείτε το εύρος των τιμών.

**Μονάδες 4**

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & , \quad x < -1 \\ \kappa x + \mu & , \quad -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 + 2x + 5 + \ln x & , \quad x > 1 \end{cases}$$

όπου  $\kappa, \mu$  πραγματικοί αριθμοί

α) Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$  **Μονάδες 4**

β) Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$  **Μονάδες 4**

γ) Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  **Μονάδες 4**

δ) Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  **Μονάδες 4**

ε) Να βρείτε τα  $\kappa$  και  $\mu$ , ώστε να υπάρχουν ταυτόχρονα  
τα  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  και  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  **Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , της οποίας η πρώτη παράγωγος έχει τύπο:  $f'(x) = x^2 - 2x$ .

α) Να δείξετε ότι  $f'(0) = 0$  και  $f'(2) = 0$ .

**Μονάδες 4**

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- β) Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία.  
**Μονάδες 6**
- γ) Να βρείτε την  $f''(x)$ .  
**Μονάδες 6**
- δ) Για ποιες τιμές του  $x$  η  $f$  παρουσιάζει ακρότατα και ποιο είναι το είδος των ακρότατων;  
**Μονάδες 4**
- ε) Αν  $f(0) = 2005$ , να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης  $f$ .  
**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Μια ομάδα βιολόγων προτείνει να ληφθούν μέτρα για τη διάσωση ενός είδους δελφινιών. Μετά την εφαρμογή των μέτρων εκτιμάται ότι ο αριθμός των δελφινιών εκφράζεται από τη συνάρτηση  $N(t) = 2t^3 - t^2 + 5t + 1000$ ,  $0 \leq t \leq 10$ , όπου  $t$  ο χρόνος σε έτη.

- α) Πόσα δελφίνια υπάρχουν κατά την έναρξη εφαρμογής των μέτρων ( $t = 0$ );  
**Μονάδες 5**
- β) Να βρείτε το ρυθμό αύξησης του πληθυσμού των δελφινιών.  
**Μονάδες 8**
- γ) Να βρείτε το ρυθμό αύξησης του πληθυσμού των δελφινιών το δεύτερο έτος.  
**Μονάδες 7**
- δ) Πόσα δελφίνια θα υπάρχουν σε δέκα (10) έτη;  
**Μονάδες 5**

## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

### ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα **να μην τα αντιγράψετε** στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ**  
**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

**ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ**

**ΤΕΤΑΡΤΗ 14 ΙΟΥΝΙΟΥ 2006**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

Δίνονται 5 παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$ :

$$16, 14, 22, 18, 20 + \alpha, \quad \text{όπου } \alpha \in \mathbb{R}.$$

Αν ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) των παρατηρήσεων αυτών είναι 20% και η τυπική απόκλιση τους ( $s$ ) είναι 4, τότε:

α) Να δείξετε ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι  $\bar{x} = 20$ .

**Μονάδες 7**

β) Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού  $\alpha$ .

**Μονάδες 10**

γ) Για την τιμή του  $\alpha$  που υπολογίσατε στο ερώτημα β, να βρείτε τη διάμεσο του δείγματος.

**Μονάδες 5**

δ) Είναι το δείγμα ομοιογενές ή όχι και γιατί.

**Μονάδες 3**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = 4x^3 - 12x + 2006, \quad x \in \mathbb{R}.$$

α) Να βρεθεί η παράγουσα της  $f$ .

**Μονάδες 8**

β) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της  $f$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 8**

γ) Να εξεταστεί η συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία.

**Μονάδες 9**

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΘΕΜΑ 3ο**

Έστω  $\alpha, \beta$  πραγματικοί αριθμοί και συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \cdot \alpha, & \text{αν } x > 2 \\ 4, & \text{αν } x = 2 \\ \alpha x + \beta, & \text{αν } x < 2 \end{cases} .$$

α) Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ .

**Μονάδες 8**

β) Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ .

**Μονάδες 5**

γ) Να υπολογίσετε τα  $\alpha, \beta$  ώστε η  $f$  να είναι συνεχής στο  $x_0 = 2$ .

**Μονάδες 8**

δ) Για τις τιμές των  $\alpha$  και  $\beta$  που βρήκατε στο ερώτημα γ, να υπολογίσετε τις τιμές  $f(0)$  και  $f(3)$ .

**Μονάδες 4**

## ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

### ΘΕΜΑ 4ο

Μια βιοτεχνία, μεταξύ άλλων, κατασκευάζει κεραμικά πλακίδια σε σχήμα τριγώνου. Σε κάθε πλακίδιο το άθροισμα της βάσης  $x$  και του ύψους που αντιστοιχεί στη βάση αυτή είναι σταθερό και ισούται με 50cm.

- α) Να δείξετε ότι το εμβαδό  $E$  της επιφάνειας κάθε τριγωνικού πλακιδίου δίνεται συναρτήσει του  $x$  από τον τύπο

$$E(x) = \frac{1}{2}x(50 - x), \quad 0 < x < 50.$$

**Μονάδες 8**

- β) Για ποια τιμή του  $x$  το εμβαδό  $E(x)$  γίνεται μέγιστο.

**Μονάδες 12**

- γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του  $E(x)$ .

**Μονάδες 5**

### ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα **να μην τα αντιγράψετε** στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμμία άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ



## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

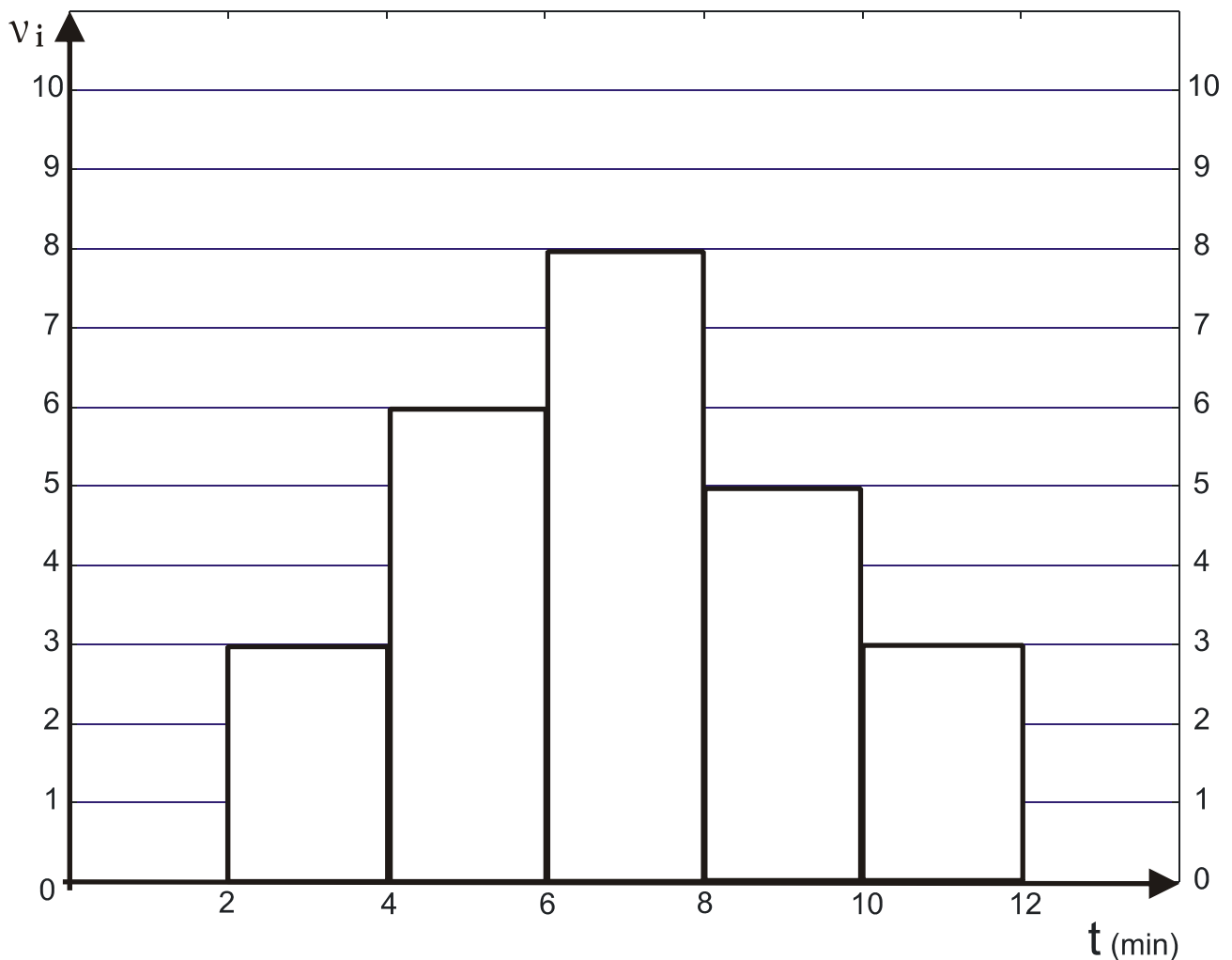
ΤΡΙΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2007

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ 1ο**

Οι χρόνοι καθυστερήσεων που παρατηρήθηκαν σε 25 δρομολόγια ενός οργανισμού σιδηροδρόμων δίνονται από το παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων:



- α. Να μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε με τη βοήθεια του παραπάνω ιστογράμματος συχνοτήτων.

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Διάστημα	Συχνότητα $\nu_i$	Μέσο διαστήματος $K_i$	$\nu_i K_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Σχετική αθροιστική συχνότητα %
[ 2, 4)					
[ 4, 6)					
[ 6, 8)					
[ 8, 10)					
[10,12)					
<b>Αθροίσματα</b>					

**Μονάδες 10**

**β.** Να βρείτε το μέσο χρόνο καθυστερήσεων των δρομολογίων.

**Μονάδες 5**

**γ.** Πόσα δρομολόγια είχαν καθυστέρηση τουλάχιστον 6 λεπτά;

**Μονάδες 5**

**δ.** Ποιο είναι το ποσοστό των δρομολογίων που είχαν καθυστέρηση λιγότερο από 8 λεπτά;

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - x} & , \quad \text{αν } x < 0 \\ -3 + \beta & , \quad \text{αν } x = 0 \\ e^x - \alpha & , \quad \text{αν } x > 0 \end{cases}$$

όπου  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

α. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

**Μονάδες 8**

β. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

**Μονάδες 4**

γ. Να βρείτε την τιμή του  $a$ , ώστε να υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

**Μονάδες 8**

δ. Για την τιμή  $a=4$  να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό  $\beta$ , ώστε η  $f$  να είναι συνεχής στο  $x=0$ .

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = x^2 + kx + \lambda$ ,  $k, \lambda \in \mathbb{R}$ .

Αν η  $f$  παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο  $x_0=1$  και το σημείο  $A(1,0)$  ανήκει στη γραφική της παράσταση,

α. να δείξετε ότι  $k=-2$  και  $\lambda=1$ .

**Μονάδες 12**

β. να υπολογίσετε τη δεύτερη παράγωγο  $f''$  της  $f$ .

**Μονάδες 5**

γ. να δείξετε ότι για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  ισχύει:

$$f(x) + f'(x) + f''(x) > 0.$$

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = 10 \ln x - 5x^2$ ,  $x > 0$ .

α. Να βρείτε την παράγωγο  $f'$  της  $f$ .

**Μονάδες 5**

## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- β. Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία.  
**Μονάδες 8**
- γ. Για ποια τιμή του  $x$  η  $f$  παρουσιάζει ακρότατο. Να προσδιορίσετε το είδος του ακροτάτου και να το υπολογίσετε.  
**Μονάδες 8**
- δ. Να δείξετε ότι  $f(x) \leq -5$ , για κάθε  $x > 0$ .  
**Μονάδες 4**

### ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα **να μην τα αντιγράψετε** στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμμία άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ  
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ  
**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΠΕΜΠΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2008

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

**ΘΕΜΑ 1ο**

Οι βαθμοί ενός μαθητή σε πέντε μαθήματα ήταν:

8, 14, 20, 12, 16

α. Να υπολογισθεί η μέση βαθμολογία του μαθητή.

**Μονάδες 4**

β. Να προσδιορισθεί η διάμεσος.

**Μονάδες 3**

γ. Να υπολογισθεί η τυπική απόκλιση.

**Μονάδες 6**

δ. Να υπολογισθεί το εύρος.

**Μονάδες 3**

ε. Να υπολογισθεί ο συντελεστής μεταβλητότητας και στη συνέχεια να εξεταστεί αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση f με:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{\lambda(x-1)}, & \text{αν } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{3x-1}, & \text{αν } x \geq 1 \end{cases}$$

όπου  $\lambda \neq 0$ .

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

α. Να υπολογισθεί το  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

**Μονάδες 10**

β. Να υπολογισθεί το  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

**Μονάδες 6**

γ. Να υπολογισθεί η τιμή του  $\lambda$  έτσι ώστε η  $f$  να είναι συνεχής στη θέση  $x_0=1$ .

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με  $f(x)=e^{\lambda x}$ , όπου  $\lambda$  πραγματικός αριθμός.

α. Να βρεθούν οι  $f'(x)$  και  $f''(x)$ .

**Μονάδες 6**

β. Να προσδιορισθούν οι τιμές του  $\lambda$ , ώστε για κάθε πραγματικό αριθμό  $x$  να ισχύει:

$$f''(x) - f'(x) - 2f(x) = 0$$

**Μονάδες 9**

γ. Να μελετηθεί η συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία όταν  
i)  $\lambda = 2$ ,  
ii)  $\lambda = -1$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 2008$ ,  
όπου  $x \in \mathbb{R}$ .

α. Να βρεθεί η πρώτη παράγωγος  $f'$  της  $f$ .

**Μονάδες 6**

## ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- β. Να εξεταστεί η συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

**Μονάδες 12**

- γ. Να δειχθεί ότι  $f(x) \geq 2008$  για κάθε πραγματικό αριθμό  $x$ , όπου  $x \in [1, +\infty)$ .

**Μονάδες 7**

### ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα **να μην τα αντιγράψετε** στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.**  
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων και όχι πριν τις 10.00 π.μ.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ**



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ**

**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

**ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ**

**ΤΕΤΑΡΤΗ 6 ΜΑΪΟΥ 2009**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται το πλήθος των τηλεφωνικών κλήσεων που πραγματοποίησαν 25 συνδρομητές μιας εταιρείας κινητής τηλεφωνίας κατά τη διάρκεια μιας ημέρας.

Πλήθος κλήσεων $x_i$	Πλήθος συνδρομητών $v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική συχνότητα	Αθροιστική σχετική συχνότητα (%)	$x_i \cdot v_i$
2	4				
3	6				
4	5				
5	7				
6	2				
7	1				
<b>Αθροίσματα</b>	<b>25</b>				

α. Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 8**

β. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του πλήθους των κλήσεων.

**Μονάδες 6**

γ. Να βρείτε πόσοι συνδρομητές πραγματοποίησαν το πολύ 4 κλήσεις.

**Μονάδες 6**

δ. Να βρείτε το ποσοστό των συνδρομητών που πραγματοποίησαν τουλάχιστον 5 κλήσεις.

**Μονάδες 5**

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

## ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

### ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 8x + 12}{x - 6} & , \text{ αν } x > 6 \\ 3\lambda - 5 & , \text{ αν } x = 6 \\ e^{x-6}(2x - \mu) & , \text{ αν } x < 6 \end{cases}$$

όπου  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ .

α. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$

**Μονάδες 8**

β. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x)$

**Μονάδες 5**

γ. Να υπολογίσετε την τιμή του  $\mu$  έτσι ώστε να υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$

**Μονάδες 6**

δ. Για  $\mu=8$  να βρείτε τον αριθμό  $\lambda$  έτσι ώστε η  $f$  να είναι συνεχής στο  $x=6$

**Μονάδες 6**

### ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = \frac{x-2}{e^x}, \text{ με } x \in \mathbb{R}$$

α. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 8**

## ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

β. Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία.

**Μονάδες 10**

γ. Να αποδείξετε ότι για  $x=3$  η  $f$  παρουσιάζει ολικό μέγιστο ίσο με  $\frac{1}{e^3}$

**Μονάδες 7**

### **ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - kx^2 + \lambda x - 2 - \lambda$ , όπου  $k, \lambda \in \mathbb{R}$ .

Αν η γραφική παράσταση της  $f$  διέρχεται από το σημείο  $M(0, -5)$  και η συνάρτηση  $f$  για  $x=1$  παρουσιάζει τοπικό ακρότατο, τότε:

α. Να βρείτε τις τιμές των  $k$  και  $\lambda$

**Μονάδες 13**

β. Για  $k=2$  και  $\lambda=3$ ,

i. να μελετήσετε την  $f$  ως προς την μονοτονία.

**Μονάδες 6**

ii. να βρείτε την τιμή και το είδος των ακροτάτων της  $f$ .

**Μονάδες 6**

### **ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.

## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο επάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων και όχι πριν τις 18.00.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α΄)  
ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)  
ΠΕΜΠΤΗ 28 ΜΑΪΟΥ 2009  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A)** Δίνεται συνάρτηση  $f:A \rightarrow \mathbb{R}$  ( $A \subseteq \mathbb{R}$ ) και  $x_0 \in A$ . Πότε λέμε ότι η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0$ ;

**Μονάδες 7**

**B)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν η τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας (μεταβολής) ενός δείγματος παρατηρήσεων είναι μικρότερη του 10%, τότε ο πληθυσμός του δείγματος θεωρείται ομοιογενής.

**Μονάδες 3**

**β)**  $(\sin x)' = \eta \mu x$

**Μονάδες 3**

**γ)** Έστω η παραγωγίσιμη συνάρτηση  $f:(\alpha, \beta) \rightarrow \mathbb{R}$ . Αν  $f'(x) < 0$  για κάθε  $x \in (\alpha, \beta)$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $(\alpha, \beta)$ .

**Μονάδες 3**

**δ)**  $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = c(\beta - \alpha)$ , όπου  $c$  σταθερά.

**Μονάδες 3**

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Γ) Αν οι συναρτήσεις  $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους  $A$ , τότε να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α)  $(f \cdot g)'(x) = \dots\dots\dots$

**Μονάδες 2**

β)  $(c \cdot f)'(x) = \dots\dots\dots$ , όπου  $c$  σταθερά.

**Μονάδες 2**

γ)  $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \dots\dots\dots$  με  $\beta > \alpha > 0$

**Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Ρωτήθηκαν 25 μαθητές μιας τάξης ενός Λυκείου πόσα λογοτεχνικά βιβλία διάβασαν την περσινή χρονιά. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Βιβλία $x_i$	Μαθητές $v_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Συχνότητα	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα %	$x_i v_i$
1	4				
2					
3	8				
4	7				
Αθροίσματα					

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

A) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 10**

B) Να υπολογίσετε τη διάμεσο.

**Μονάδες 5**

Γ) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή.

**Μονάδες 5**

Δ) Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που διάβασε τουλάχιστον δύο (2) βιβλία;

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = -x^2 + 6x + 8$

A) Να υπολογίσετε την  $f'(x)$

**Μονάδες 4**

B) Να μελετήσετε την  $f$  ως προς την μονοτονία.

**Μονάδες 8**

Γ) Για ποια τιμή του  $x$  η  $f$  παρουσιάζει τοπικό ακρότατο; Να βρείτε το είδος του ακροτάτου.

**Μονάδες 6**

Δ) Να υπολογίσετε το  $\int_0^3 f(x) dx$

**Μονάδες 7**

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = x^3 + 4x + 2ae^x$ ,

$$\text{όπου } \alpha = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$$

**A)** Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού  $\alpha$ .

**Μονάδες 5**

**B)** Για  $\alpha = 1$

**α)** Να υπολογίσετε την  $f'(x)$

**Μονάδες 5**

**β)** Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\mathbb{R}$

**Μονάδες 5**

**γ)** Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του χωρίου, που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της  $f$ , τον άξονα  $x'x$  και τις ευθείες  $x=2$  και  $x=4$ , είναι ίσο με  $84 + 2e^4 - 2e^2$  τ.μ.

**Μονάδες 10**



**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε **μόνον** τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.**  
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό διαρκείας ανεξίτηλης μελάνης.**
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΑΠΟΦΟΙΤΩΝ Β΄ ΚΥΚΛΟΥ

**ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΗΡΙΩΝ

ΤΡΙΤΗ 4 ΜΑΪΟΥ 2010

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

**ΘΕΜΑ Α**

Οι ηλικίες έξι παιδιών από μια γειτονιά είναι:

$$2, 6, 6+x, 11, 11, 12+x$$

όπου  $x \in \mathbb{R}$ .

**A1.** Αν η μέση τιμή των ηλικιών των παιδιών είναι 9, να αποδείξετε ότι  $x=3$ .

**Μονάδες 5**

Για  $x=3$ ,

**A2.** να βρείτε τη διάμεσο των ηλικιών,

**Μονάδες 4**

**A3.** να υπολογίσετε το εύρος των ηλικιών και την επικρατούσα τιμή τους,

**Μονάδες 4**

**A4.** να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των ηλικιών και

**Μονάδες 8**

**A5.** να εξετάσετε αν το δείγμα των ηλικιών είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 4**

(Δίνεται  $\sqrt{17} \approx 4,12$ ).

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \ln x + 3x - \lambda, & 0 < x < 1 \\ \mu^2 + 1, & x = 1 \\ \frac{x - x^2}{1 - \sqrt{x}}, & x > 1 \end{cases}$$

όπου  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

**Μονάδες 5**

**B2.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

**Μονάδες 10**

**B3.** Να βρεθεί η τιμή του  $\lambda$  ώστε να υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

**Μονάδες 4**

**B4.** Για  $\lambda=1$  να βρεθεί για ποιες τιμές του  $\mu \in \mathbb{R}$  η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0=1$

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:  $f(x) = e^x (x^2 - 3)$ ,  $x \in \mathbb{R}$

**Γ1.** Να βρεθεί η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Να μελετηθεί η συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία.

**Μονάδες 10**

**Γ3.** Για ποιες τιμές του  $x$  η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει τοπικά ακρότατα; Να προσδιορίσετε το είδος τους και να υπολογίσετε τις τιμές τους.

**Μονάδες 10**

## ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση  $f$  με  $f'(x) = x^2 - 3x + \lambda$ , όπου  $x \in \mathbb{R}$  και  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**Δ1.** Αν η  $f$  παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο  $x_0 = 1$ , να προσδιοριστεί ο πραγματικός αριθμός  $\lambda$ .

**Μονάδες 10**

Για  $\lambda = 2$ ,

**Δ2.** να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς την μονοτονία και το είδος των ακροτάτων,

**Μονάδες 7**

**Δ3.** να συγκριθούν μεταξύ τους οι τιμές της συνάρτησης για  $x_1 = \frac{6}{5}$  και  $x_2 = \frac{3}{2}$ , καθώς επίσης και οι τιμές της συνάρτησης για  $x_3 = 4$  και  $x_4 = 6$ .

**Μονάδες 8**

### ΟΛΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τις ερωτήσεις να μην τις αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.
3. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
4. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα. Να μη χρησιμοποιηθεί το μιλιμετρέ φύλλο του τετραδίου.
5. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό διαρκείας ανεξίτηλης μελάνης.**
6. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων και όχι πριν τις **18:00**.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)  
ΠΕΜΠΤΗ 27 ΜΑΪΟΥ 2010  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

**ΗΜΕΡΗΣΙΑ**

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α.**

**Α1.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  λέγεται παραγωγίσιμη σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;

**Μονάδες 5**

**Α2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Η μέση τιμή δεν επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές της μεταβλητής.

**β)** Αν υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  και είναι  $\ell \in \mathbb{R}$ , τότε

$$\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |\ell| .$$

**γ)** Αν μια συνάρτηση  $f$  δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$ .

**δ)** Ισχύει ότι:  $\int_a^a f(x) dx = a$ , για κάθε  $a \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 12**

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α)  $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \dots\dots\dots$ , με  $g(x) \neq 0$

β)  $(\sqrt{x})' = \dots\dots\dots$ , με  $x > 0$

γ)  $(e^x)' = \dots\dots\dots$

δ)  $(\sin x)' = \dots\dots\dots$

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Β.**

Οι ημέρες απουσίας 50 υπαλλήλων μιας εταιρείας από την εργασία τους, τον περασμένο μήνα, φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Ημέρες απουσίας $x_i$	Υπάλληλοι $n_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Συχνότητα	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα %	$x_i n_i$
0	8				
1	10				
2					
3	10				
4	5				
5	2				
Αθροίσματα					

**B1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 10**

**B2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή της μεταβλητής  $x$ .

**Μονάδες 5**

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**B3.** Να υπολογίσετε τη διάμεσο της μεταβλητής  $x$ .

**Μονάδες 5**

**B4.** Να βρείτε το πλήθος και το ποσοστό των υπαλλήλων που απουσίασαν από 2 έως και 4 ημέρες.

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ.**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1} & , \quad x < 1 \\ \sqrt{x+3} + \alpha & , \quad x \geq 1 \quad , \quad \text{όπου } \alpha \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

**Γ1.** Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

**Μονάδες 7**

**Γ2.** Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

**Μονάδες 7**

**Γ3.** Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό  $\alpha$ , ώστε η  $f$  να είναι συνεχής στο  $x_0=1$ .

**Μονάδες 5**

**Γ4.** Για  $\alpha = -3$ , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $A = 3f(0) + 2f(6)$ .

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Δ.**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + \alpha x + \beta$ , με  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

Αν η  $f$  παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο σημείο  $x_0=2$  και η γραφική της παράσταση διέρχεται από το σημείο  $A(0,1)$ , τότε:

## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**Δ1.** Να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών  $\alpha$  και  $\beta$ .

**Μονάδες 8**

**Δ2.** Για  $\alpha=6$  και  $\beta=1$ , να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία.

**Μονάδες 6**

**Δ3.** Για  $\alpha=6$  και  $\beta=1$ , να βρείτε τις θέσεις, το είδος και τις τιμές των τοπικών ακροτάτων της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Για  $\alpha=6$  και  $\beta=1$ , να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα  $\int_1^2 f(x)dx$ .

**Μονάδες 5**

### **ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ**



ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)  
ΤΡΙΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2011  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

**ΗΜΕΡΗΣΙΑ**

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Τι ονομάζεται εύρος μιας μεταβλητής;

**Μονάδες 6**

**Α2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Η μέση τιμή (μέσος όρος) υπολογίζεται μόνο σε ποσοτικές μεταβλητές. (Μονάδες 2)

**β)** Αν υπάρχουν τα  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  και είναι  $l_1, l_2 \in \mathbb{R}$   
αντίστοιχα, τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = l_1 \cdot l_2$

(Μονάδες 2)

**γ)** Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες στο  $\mathbb{R}$ , τότε ισχύει:

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g'(x), x \in \mathbb{R}$$

(Μονάδες 2)

**δ)** Ισχύει ότι  $\int_{\alpha}^{\beta} \eta \mu x dx = \sigma \nu \beta - \sigma \nu \alpha$  (Μονάδες 2)

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

- ε) Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $(\alpha, \beta)$  και  $f'(x) > 0$  για κάθε  $x \in (\alpha, \beta)$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $(\alpha, \beta)$ . (Μονάδες 2)

**Μονάδες 10**

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α)  $(\ln x)' = \dots\dots\dots$ , με  $x > 0$  (Μονάδες 3)

β)  $(\eta \mu x)' = \dots\dots\dots$  (Μονάδες 3)

γ) Αν  $f$  συνεχής στο  $\mathbb{R}$  με  $\alpha \in \mathbb{R}$ , τότε  $\int_{\alpha}^{\alpha} f(x) dx = \dots\dots\dots$

(Μονάδες 3)

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 4}, & \text{αν } x < 4 \\ \alpha & \text{αν } x = 4 \\ \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2} - 3, & \text{αν } x > 4 \end{cases}$$

**B1.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$  (Μονάδες 10)

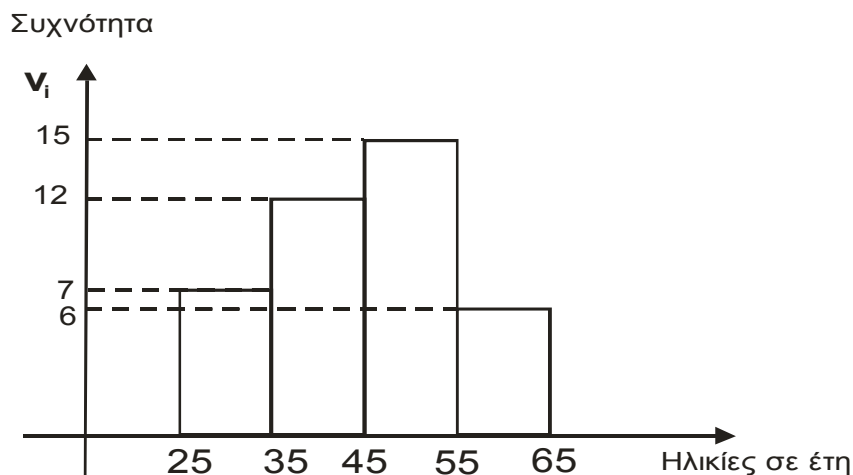
**B2.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$  (Μονάδες 10)

**B3.** Να βρείτε για ποια τιμή του  $\alpha \in \mathbb{R}$  η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0 = 4$ . (Μονάδες 5)

## ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το παρακάτω ιστόγραμμα, που αφορά τις ηλικίες 40 εργαζομένων σε μια επιχείρηση.



Γ1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα που ακολουθεί και να τον συμπληρώσετε με βάση το παραπάνω ιστόγραμμα.

Ηλικίες ( , )	Μέσο διαστήματος $K_i$	Συχνότητα $v_i$	$K_i \cdot v_i$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$
[25,35)					
[35,45)					
[45,55)					
[55,65)					
<b>Σύνολα</b>					

**Μονάδες 10**

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των ηλικιών των εργαζομένων.

**Μονάδες 5**

Γ3. Πόσοι εργαζόμενοι έχουν ηλικία τουλάχιστον 45 ετών;

**Μονάδες 5**

Γ4. Τί ποσοστό εργαζομένων έχουν ηλικία κάτω των 35 ετών;

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$  με  $x \in \mathbb{R}$ .

**Δ1.** Να μελετηθεί η συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της. **Μονάδες 6**

**Δ2.** Να βρεθούν τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα  $I = \int_1^3 f'(x) dx$

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Αν  $g(x) = 3x^2 - 12x + 9$  με  $x \in \mathbb{R}$ , να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$ , τον άξονα  $x'x$  και τις ευθείες με εξισώσεις  $x=0$  και  $x=3$ . **Μονάδες 8**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.30 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

# ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

## ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α΄)

### ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄) ΠΕΜΠΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2012 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

## **ΗΜΕΡΗΣΙΑ**

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

### ΘΕΜΑ Α

**Α1.** Τι ονομάζεται διάμεσος  $\delta$  ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων που έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά;

**Μονάδες 6**

**Α2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν μια συνάρτηση  $f$  δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$ . (Μονάδες 2)

**β)** Το εύρος ως παράμετρος διασποράς εξαρτάται μόνο από τις ακραίες τιμές της μεταβλητής.

(Μονάδες 2)

**γ)** Έστω συνάρτηση  $f$  συνεχής στο  $[\alpha, \beta]$ . Τότε ισχύει η ακόλουθη ιδιότητα για το ορισμένο ολοκλήρωμα:

$$\int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx + \int_{\beta}^{\gamma} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx, \text{ με } \alpha < \gamma < \beta. \text{ (Μονάδες 2)}$$

**δ)** Ισχύει ότι:  $(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1}$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}^*$ ,  $x > 0$  (Μονάδες 2)

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

- ε) Έστω δύο συνεχείς συναρτήσεις  $f, g: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$  με συνεχείς παραγώγους  $f', g'$ . Τότε ισχύει ότι:
- $$\int_{\alpha}^{\beta} f'(x)g(x)dx = [f(x)g(x)]_{\alpha}^{\beta} - \int_{\alpha}^{\beta} f(x)g'(x)dx \quad (\text{Μονάδες } 2)$$

**Μονάδες 10**

**A3.** Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

α)  $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \dots$  με  $\beta > \alpha > 0$  (Μονάδες 3)

β) Έστω συναρτήσεις  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  και  $g: B \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(A) \subseteq B$ . Αν η  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε κάθε  $x \in A$  και η  $g$  παραγωγίσιμη σε κάθε  $f(x) \in B$ , τότε η σύνθεσή τους  $g \circ f: A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμη στο  $A$  και ισχύει ότι:

$(g \circ f)'(x) = \dots$  (Μονάδες 3)

γ)  $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = \dots$  με  $c$  σταθερά και  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  (Μονάδες 3)

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Β**

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι ημερήσιες ώρες διαβάσματος 25 μαθητών μιας τάξης ενός ΕΠΑ.Λ.

Ημερήσιες ώρες διαβάσματος $x_i$	Μαθητές $v_i$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$	Σχετική συχνότητα (%) $f_i\%$	$x_i v_i$
1	6			
2	5			
3	4			
4	$\kappa$			
5	$2\kappa+1$			
Σύνολα	$v=25$		100	

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

**B1.** Να υπολογίσετε τον αριθμό  $\kappa$

**Μονάδες 4**

**B2.** Για  $\kappa=3$  να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα.

**Μονάδες 8**

**B3.** Για  $\kappa=3$  να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  και να βρείτε τη διάμεσο  $\delta$  των παρατηρήσεων.

**Μονάδες 10**

**B4.** Για  $\kappa=3$  να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που διαβάζουν τουλάχιστον 3 ώρες ημερησίως.

**Μονάδες 3**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}, & \text{αν } x > 1 \\ \alpha x^2 + \beta x, & \text{αν } x \leq 1 \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

**Γ1.** Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

**Μονάδες 10**

**Γ3.** Να υπολογίσετε τα  $\alpha$  και  $\beta$ , ώστε η  $f$  να είναι συνεχής στο  $x_0=1$  και η γραφική παράσταση της  $f$  να διέρχεται από το σημείο  $A(-1,2)$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = 3x^2 - 2x - 1$$

## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

**Δ1.** Να βρείτε την παράγουσα  $F$  της  $f$ , αν  $F(0)=1$ .

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Αν  $F(x)=x^3-x^2-x+1$ ,  $x \in \mathbb{R}$  να μελετήσετε τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της  $F$ .

**Μονάδες 8**

**Δ3.** Να συγκρίνετε τις τιμές  $F(2011)$  και  $F(2012)$  και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 5**

**Δ4.** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου  $\Omega$  που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ , τον άξονα  $x'x$  και τις ευθείες με εξισώσεις  $x=0$  και  $x=1$ .

**Μονάδες 7**

### **ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ



# ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

## ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α΄)

### ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄) ΠΕΜΠΤΗ 23 ΜΑΪΟΥ 2013 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

## **ΗΜΕΡΗΣΙΑ**

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

### ΘΕΜΑ Α

**Α1.** Έστω συνεχής συνάρτηση  $f:[\alpha,\beta]\rightarrow\mathbb{R}$  με παράγουσα συνάρτηση  $F$ . Τι ονομάζεται ορισμένο ολοκλήρωμα της συνάρτησης  $f$  από το  $\alpha$  έως το  $\beta$ ;

**Μονάδες 6**

**Α2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Εάν η τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας είναι κάτω του 10%, ο πληθυσμός του δείγματος θεωρείται ομοιογενής.

(Μον. 2)

**β)** Εάν οι συναρτήσεις  $f, g:A\rightarrow\mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους, με  $g(x)\neq 0$ , τότε ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}.$$

(Μον. 2)

**γ)** Εάν μια συνάρτηση  $f$  δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της, τότε είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$ .

(Μον. 2)

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

δ) Ισχύει ότι:  $\int_{\alpha}^{\beta} e^x dx = \frac{e^{\beta+1}}{\beta+1} - \frac{e^{\alpha+1}}{\alpha+1}$  με  $\alpha \neq -1$  και  $\beta \neq -1$ .

(Μον. 2)

ε) Δίνονται οι συναρτήσεις  $f, g$  συνεχείς στο  $[\alpha, \beta]$ . Αν  $f(x) \geq g(x)$  για κάθε  $x \in [\alpha, \beta]$ , τότε  $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \geq \int_{\alpha}^{\beta} g(x) dx$ .

(Μον. 2)

**Μονάδες 10**

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α)  $\int_{\alpha}^{\beta} \eta \mu x dx = \dots$

(Μον. 3)

β) Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  και  $c$  μία σταθερά, τότε:

$(c \cdot f)'(x) = \dots$

(Μον. 3)

γ) Αν  $a \in \mathbb{R}^*$  και  $x > 0$ , τότε:

$(x^a)' = \dots$

(Μον. 3)

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \alpha^2 x + \ln x, & \text{αν } 0 < x \leq 1 \text{ και } \alpha \in \mathbb{R} \\ \frac{x^2 - x}{\sqrt{x+3} - 2}, & \text{αν } x > 1 \end{cases}$$

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

**B1.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ .

**Μονάδες 7**

**B2.** Να δείξετε ότι  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4$ .

**Μονάδες 10**

**B3.** Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\alpha \in \mathbb{R}$  η συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0 = 1$ .

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Γ**

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι μισθοί των υπαλλήλων μίας εταιρείας (σε εκατοντάδες €):

Μισθός (εκατοντάδες €) $x_i$	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) $v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	$x_i v_i$
6	25		
10	17		
15	6		
20	2		
Σύνολα	$v = \dots$	100	

**Γ1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  των μισθών των υπαλλήλων.

**Μονάδες 5**

**Γ3.** Τι ποσοστό υπαλλήλων έχουν μισθό το πολύ 1000 €;

**Μονάδες 7**

## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

Γ4. Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$  των μισθών των υπαλλήλων της εταιρείας.

**Μονάδες 8**

### **ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = (x-2)^2(x+\alpha)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

Δ1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $f$  είναι  $f'(x) = (x-2)(3x+2\alpha-2)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**Μονάδες 5**

Δ2. Να βρείτε τον αριθμό  $\alpha$ , αν η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει ακρότατο στο  $x_0=4$ .

**Μονάδες 5**

Δ3. Για  $\alpha=-5$ , να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και τις τιμές των ακροτάτων.

**Μονάδες 8**

Δ4. Δίνονται οι συναρτήσεις  $g(x)=3x^2-12x$ ,  $x \in \mathbb{R}$  και  $h(x)=6x-24$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου  $\Omega$ , που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $g(x)$  και  $h(x)$ .

**Μονάδες 7**

### **ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την

## ΑΡΧΗ 5ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**  
**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)  
ΤΡΙΤΗ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

**ΗΜΕΡΗΣΙΑ**

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Δίνεται μία συνάρτηση  $f:[\alpha,\beta]\rightarrow\mathbb{R}$ . Να δώσετε τον ορισμό της συνέχειας της  $f$  στο διάστημα  $[\alpha,\beta]$ .

**Μονάδες 6**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν η  $f$  είναι συνεχής στο  $[\alpha,\beta]$  και η  $F$  είναι μία

παράγουσα της  $f$ , τότε ισχύει:  $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = F(\beta) - F(\alpha)$

(Μον. 2)

**β)** Το εύρος των τιμών μιας μεταβλητής δεν επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές της.

(Μον. 2)

**γ)** Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  και  $c \in \mathbb{R}$  μία σταθερά, τότε ισχύει:

$$(c \cdot f)'(x) = f'(x) + c$$

(Μον. 2)

**δ)**  $(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}, x > 0, \alpha \in \mathbb{R}^*$ .

(Μον. 2)

ε) Αν η  $f$  είναι συνεχής στο  $[\alpha, \beta]$ , τότε ισχύει:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = - \int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx.$$

(Μον. 2)

**Μονάδες 10**

**A3.** Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

α) Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες στο  $\mathbb{R}$ , τότε:  $(f - g)'(x) = \dots$

(Μον. 3)

β)  $\int_{\alpha}^{\beta} \sin x dx = \dots$

(Μον. 3)

γ) Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l, l \in \mathbb{R}$ , τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \dots$

(Μον. 3)

**Μονάδες 9**

### **ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , για την οποία ισχύει:  $x \cdot f(x) - 2 \cdot f(x) = x^2 - 4$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Να δείξετε ότι:  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ , για  $x \neq 2$ .

**Μονάδες 7**

**B2.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ .

**Μονάδες 9**

**B3.** Να βρείτε το  $f(2)$ .

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Γ**

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ηλικίες των υπαλλήλων μίας εταιρείας:

A/A	Ηλικίες υπαλλήλων	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) $\nu_i$	Κέντρο κλάσης $x_i$	$x_i \nu_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$
1 <sup>η</sup> κλάση	[25, 35)	100			
2 <sup>η</sup> κλάση	[35, 45)	50			
3 <sup>η</sup> κλάση	[45, 55)	40			
4 <sup>η</sup> κλάση	[55, 65)	10			
<b>ΣΥΝΟΛΑ</b>		$\nu=200$			

**Γ1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 7**

**Γ2.** Να υπολογίσετε τη μέση ηλικία των υπαλλήλων.

**Μονάδες 5**

**Γ3.** Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν ηλικία τουλάχιστον σαράντα πέντε (45) ετών.

**Μονάδες 4**

**Γ4.** Από την εταιρεία αποχωρούν πέντε (5) υπάλληλοι της 4<sup>ης</sup> κλάσης, πέντε (5) υπάλληλοι της 2<sup>ης</sup> κλάσης και ταυτόχρονα προσλαμβάνονται δέκα (10) υπάλληλοι με ηλικίες στην 1<sup>η</sup> κλάση. Να υπολογίσετε τη νέα μέση τιμή της ηλικίας των υπαλλήλων.

**Μονάδες 9**



**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = e^x \cdot (x-1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι:  $f'(x) = f(x) + e^x$ .

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.

**Μονάδες 9**

**Δ3.** Αν  $g(x) = f(x) + e^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$ , τον άξονα  $x'x$  και τις ευθείες με εξισώσεις  $x = -1$  και  $x = 1$ .

**Μονάδες 10**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.
5. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη επιστημονικά είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**  
**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)  
ΠΕΜΠΤΗ 21 ΜΑΪΟΥ 2015  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

**ΗΜΕΡΗΣΙΑ**

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Για μία συνεχή συνάρτηση  $f$  να γράψετε τις τρεις κατηγορίες σημείων, τα οποία είναι πιθανές θέσεις τοπικών ακροτάτων.

**Μονάδες 6**

**Α2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Η επικρατούσα τιμή μίας μεταβλητής είναι μοναδική.

(Μον. 2)

**β)** Έστω συνεχής συνάρτηση  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  και  $x_0$  ένα στάσιμο σημείο της  $f$  (δηλαδή  $f'(x_0) = 0$ ). Αν η  $f$  είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο  $x_0$ , τότε παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x_0$  όταν  $f''(x_0) < 0$ .

(Μον. 2)

**γ)** Έστω συνάρτηση  $f$  συνεχής στο  $[\alpha, \beta]$ . Τότε ισχύει:

$$\int_{\alpha}^{\alpha} f(x) dx = \alpha, \text{ όπου } \alpha \in \mathbb{R}^*$$

(Μον. 2)

**δ)** Αν οι συναρτήσεις  $f, g : A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους  $A$ , τότε και η  $f \cdot g$  είναι παραγωγίσιμη στο  $A$  και ισχύει:

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$$

(Μον. 2)

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ε) Η σχετική συχνότητα τιμής  $x_i$  μίας μεταβλητής συμβολίζεται με  $f_i$  και ισχύει  $f_i = \frac{v_i}{v}$ .

(Μον. 2)

**Μονάδες 10**

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α)  $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \dots$ , με  $\beta > \alpha > 0$

(Μον. 3)

β)  $(c)' = \dots$ , αν  $c$  σταθερά

(Μον. 3)

γ) Αν η μεταβλητή  $x$  παίρνει τις τιμές  $x_1, x_2, \dots, x_k$  με αντίστοιχες συχνότητες  $v_1, v_2, \dots, v_k$  τότε η μέση τιμή της μεταβλητής είναι:  $\bar{x} = \dots$

(Μον. 3)

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Β**

Οι χρόνοι (σε λεπτά) 50 μαθητών της Γ΄τάξης ενός ΕΠΑ.Λ για να γράψουν ένα διαγώνισμα, δίνονται στον παρακάτω πίνακα κατανομής:

Χρόνος σε λεπτά	Κέντρο κλάσης $\kappa_i$	Συχνότητα $v_i$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$	$\kappa_i \cdot v_i$
[5 - 15)		20		
[15 - 25)			34	
[25 - 35)		12		
[35 - 45)				
<b>ΣΥΝΟΛΑ</b>		$v = 50$		

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

**B1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο πίνακα και να τον συμπληρώσετε σωστά.

**Μονάδες 7**

**B2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  του χρόνου, που χρειάστηκαν οι μαθητές για να γράψουν το διαγώνισμα.

**Μονάδες 5**

**B3.** Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$  (Μον. 7) και την τυπική απόκλιση  $s$  της μεταβλητής (Μον. 2).

**Μονάδες 9**

**B4.** Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας CV%.

**Μονάδες 4**

(Δίνεται:  $\sqrt{96} \approx 10$ )

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda} & , \text{ αν } x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2} & , \text{ αν } x \leq 2 \end{cases}$$

όπου  $\lambda \in \mathbb{R}^*$ .

**Γ1.** Να βρείτε το:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

**Μονάδες 4**

**Γ2.** Να βρείτε το:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

**Μονάδες 8**

**Γ3.** Να βρείτε για ποιές τιμές του  $\lambda$  η συνάρτηση είναι συνεχής στο  $x_0 = 2$ .

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Για  $\lambda=1$  να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα  $\int_1^2 f(x)dx$ .

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Δ**

Μία ομάδα περιβαλλοντολόγων εκτιμά ότι το βάρος  $B$  ( $B$  σε τόνους) ενός παγόβουνου μεταβάλλεται με τον χρόνο  $t$  ( $t$  σε έτη) σύμφωνα με τη συνάρτηση:

$$B(t) = -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15, \quad 0 \leq t \leq 10$$

**Δ1.** Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου.

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Ποιά χρονική στιγμή το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστο;

**Μονάδες 8**

**Δ3.** Να αποδείξετε ότι, αν  $t \in [6, 9]$ , τότε ισχύει:

$$B(9) \leq B(t) \leq B(6)$$

**Μονάδες 5**

**Δ4.** Ποιά χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος;

**Μονάδες 7**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ**

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪΟΥ 2016  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης  $f(x)=x$  είναι  $f'(x)=(x)'=1$  για κάθε  $x$  στο σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών.

**Μονάδες 10**

**A2.** Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων, όταν το  $n$  είναι περιττός αριθμός.

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α)  $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$

(Μον. 2)

β)  $(\sqrt{3})' = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

(Μον. 2)

γ) Σε μία κανονική ή περίπου κανονική κατανομή στο διάστημα  $(\bar{x}-s, \bar{x}+s)$  βρίσκεται το 68% περίπου των παρατηρήσεων.

(Μον. 2)

δ) Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell_2$  όπου  $\ell_1, \ell_2$

πραγματικοί αριθμοί τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) g(x)) = \ell_1 \ell_2 .$$

(Μον. 2)

**ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ**

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

- ε) Μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) < f(x_2)$ .

(Μον. 2)  
**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των πιστωτικών καρτών που έχουν 20 υπάλληλοι μιας επιχείρησης.

Αριθμός πιστωτικών καρτών $x_i$	Αριθμός υπαλλήλων $v_i$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	$x_i v_i$
0	5			
1		9		
2			10	
3				
4				
<b>ΣΥΝΟΛΑ</b>				

- B1.** Αν γνωρίζετε ότι η 5<sup>η</sup> συχνότητα ( $v_5$ ) ισούται με την 1<sup>η</sup> συχνότητα ( $v_1$ ), να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

**Μονάδες 10**

- B2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  των πιστωτικών καρτών των υπαλλήλων.

**Μονάδες 5**

- B3.** Να υπολογίσετε τον αριθμό των υπαλλήλων που έχουν το πολύ 3 πιστωτικές κάρτες.

**Μονάδες 5**

- B4.** Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν τουλάχιστον 2 πιστωτικές κάρτες.

**Μονάδες 5**

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} + \frac{1}{2}$$

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  $f'(x) = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης  $f$  στα σημεία  $x_1 = -1$  και  $x_2 = 1$ .

**Μονάδες 4**

**Γ3.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.

**Μονάδες 12**

**Γ4.** Να συγκρίνετε τις τιμές  $f(2015)$  και  $f(2016)$  της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 3**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = x^2 + \alpha x - 3, \alpha \in \mathbb{R}.$$

**Δ1.** Να υπολογίσετε την τιμή του  $\alpha$  αν

$$\alpha = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 4}$$

**Μονάδες 8**

**Δ2.** Για  $\alpha = 2$  να βρείτε την  $f'(x)$ .

**Μονάδες 3**

**Δ3.** Για  $\alpha = 2$  να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(-2, f(-2))$ .

**Μονάδες 8**



ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

**Δ4.** Αν τα σημεία  $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), A_3(x_3, y_3), A_4(x_4, y_4), A_5(x_5, y_5)$  ανήκουν στην ευθεία  $\varepsilon: y = -2x - 7$  και οι τετμημένες  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  των σημείων  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  έχουν μέση τιμή  $\bar{x} = 2$ , να βρείτε τη μέση τιμή  $\bar{y}$  των τεταγμένων  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$  των σημείων αυτών.

**Μονάδες 6**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)  
ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪΟΥ 2016  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

**ΗΜΕΡΗΣΙΑ**

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Τι ονομάζεται **συχνότητα** τιμής  $x_i$  μιας μεταβλητής ενός δείγματος.

**Μονάδες 6**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Το εύρος ως παράμετρος διασποράς χρησιμοποιεί μόνο τις ακραίες τιμές της μεταβλητής.

(Μον. 2)

**β)**  $(e^x)' = xe^{x-1}$ .

(Μον. 2)

**γ)** Έστω δύο συνεχείς συναρτήσεις  $f, g : [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$  με συνεχείς παραγώγους  $f', g'$ . Τότε ισχύει ότι:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f'(x)g(x)dx = [f(x)g(x)]_{\alpha}^{\beta}.$$

(Μον. 2)

**δ)** Η παράγουσα της συνάρτησης  $f(x) = \sin x$  είναι η  $F(x) = -\eta\mu x + c$  όπου  $c \in \mathbb{R}$ .

(Μον. 2)

**ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ**

**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

- ε) Η παράγωγος συνάρτηση μπορεί να θεωρηθεί ως ο ρυθμός μεταβολής ενός μεγέθους σε οποιαδήποτε τιμή της μεταβλητής του.

(Μον. 2)

**Μονάδες 10**

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

- α) Αν οι συναρτήσεις  $f, g : A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους  $A$ , τότε και η συνάρτηση  $\frac{f}{g}$  ( $g \neq 0$ ) είναι παραγωγίσιμη στο  $A$  και ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \dots$$

(Μον. 3)

β)  $\int_{\alpha}^{\beta} 1 dx = \dots$

(Μον. 3)

- γ) Αν  $f_1, f_2, \dots, f_k$  είναι οι σχετικές συχνότητες των τιμών  $x_1, x_2, \dots, x_k$  αντίστοιχα μιας μεταβλητής, τότε ισχύει:  $f_1 + f_2 + \dots + f_k = \dots$ , όπου  $k$  το πλήθος των διαφορετικών τιμών της μεταβλητής.

(Μον. 3)

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας κατανομής:

$x_i$	Συχνότητα $v_i$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	$x_i \cdot v_i$
0		5		
1		9		
2		16		
3		20		
4				
<b>ΣΥΝΟΛΑ</b>	25			

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

- B1.** Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.  
**Μονάδες 9**
- B2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$ .  
**Μονάδες 5**
- B3.** Να υπολογίσετε τη διάμεσο  $\delta$ .  
**Μονάδες 3**
- B4.** Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$ .  
**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2, \quad x \in \mathbb{R}$$

- Γ1.** Να βρείτε την  $f'(x)$ .  
**Μονάδες 5**
- Γ2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να υπολογίσετε τα τοπικά ακρότατα.  
**Μονάδες 10**
- Γ3.** Δίνονται οι συναρτήσεις:
- $$g(x) = 3x^2, \quad x \in \mathbb{R},$$
- $$h(x) = 6x + 9, \quad x \in \mathbb{R}.$$
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου το οποίο περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $g(x)$  και  $h(x)$ .  
**Μονάδες 10**

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ  
**ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{\sqrt{x}-1}, & x \in [0,1) \\ \alpha x^2 + \beta x, & x \in [1,+\infty), \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R} \end{cases}$$

**Δ1.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ .

**Μονάδες 10**

**Δ2.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ .

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Να υπολογίσετε τις τιμές των  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ώστε να υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  και  $f'(2) = 2$ .

**Μονάδες 10**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ**

**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Α΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
 ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
 ΠΕΜΠΤΗ 8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Αν οι συναρτήσεις  $f$ ,  $g$  είναι παραγωγίσιμες στο  $\mathbb{R}$ , να αποδείξετε ότι:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

**Μονάδες 10**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μιας ποσοτικής μεταβλητής.

(Μον. 2)

**β)** Μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$  λέγεται συνεχής, αν για κάθε  $x_0 \in A$  ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

(Μον. 2)

**γ)** Το εύρος  $(R)$  είναι ένα μέτρο διασποράς.

(Μον. 2)

**Μονάδες 6**

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ιδιότητες και να τις συμπληρώσετε:

**α)**  $(x^p)' = \dots$ , όπου  $p$  ρητός αριθμός.

(Μον. 3)

**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Λ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

β)  $(\text{συν } x)' = \dots$

(Μον. 3)

γ) Αν  $x_1, x_2, \dots, x_n$  είναι οι τιμές μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$  και  $w_1, w_2, \dots, w_n$  είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας), τότε ο σταθμικός μέσος βρίσκεται από τον τύπο:

$$\bar{x} = \dots$$

(Μον. 3)

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Β**

Οι βαθμοί ενός φοιτητή σε 10 μαθήματα είναι:

$$4, \kappa, 5, 6, 2\kappa + 1, 4, 6, \kappa + 2, 6, 4$$

όπου:

$$\kappa = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$$

**B1.** Να αποδείξετε ότι  $\kappa = 3$ .

**Μονάδες 7**

**B2.** Για  $\kappa = 3$ , να υπολογίσετε τη μέση τιμή ( $\bar{x}$ ) των βαθμών του φοιτητή.

**Μονάδες 5**

**B3.** Για  $\kappa = 3$ , να υπολογίσετε τη διακύμανση ( $s^2$ ).

**Μονάδες 8**

**B4.** Για  $\kappa = 3$ , να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV. Δίνεται ότι  $\sqrt{1,4} \cong 1,18$ .

**Μονάδες 5**

**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Λ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

**ΘΕΜΑ Γ**

Οι ηλικίες των εργαζομένων σε μια επιχείρηση ακολουθούν περίπου την κανονική κατανομή.

Εάν το 50% των εργαζομένων έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 40 ετών και το 16% των εργαζομένων έχουν ηλικία μικρότερη των 35 ετών, να αποδείξετε ότι:

**Γ1.** Η μέση τιμή των ηλικιών των εργαζομένων είναι  $\bar{x} = 40$ .  
**Μονάδες 5**

**Γ2.** Η τυπική απόκλιση είναι  $s = 5$ .  
**Μονάδες 10**

Εάν οι εργαζόμενοι της επιχείρησης είναι 400, να βρείτε:

**Γ3.** Πόσοι εργαζόμενοι έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 45 ετών.  
**Μονάδες 5**

**Γ4.** Πόσοι εργαζόμενοι έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 30 ετών και μικρότερη των 45 ετών.  
**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1$$

**Δ1.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία.  
**Μονάδες 8**

**Δ2.** Να βρείτε τις θέσεις, το είδος και τις τιμές των τοπικών ακροτάτων της συνάρτησης  $f$ .  
**Μονάδες 6**

**Δ3.** Να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο οποίο η εφαπτομένη είναι παράλληλη στην ευθεία  $y = x + 2017$ .  
**Μονάδες 6**



**Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Α΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ**

**Δ4.** Εάν τα σημεία  $M_1(x_1, y_1)$ ,  $M_2(x_2, y_2)$ ,  $M_3(x_3, y_3)$ ,  $M_4(x_4, y_4)$ ,  $M_5(x_5, y_5)$  ανήκουν στη γραφική παράσταση της  $y = f''(x)$  και η τυπική απόκλιση των τετμημένων  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  των  $M_1(x_1, y_1)$ ,  $M_2(x_2, y_2)$ ,  $M_3(x_3, y_3)$ ,  $M_4(x_4, y_4)$ ,  $M_5(x_5, y_5)$  είναι ίση με 3, να βρείτε την τυπική απόκλιση των τεταγμένων  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5$  των σημείων  $M_1(x_1, y_1)$ ,  $M_2(x_2, y_2)$ ,  $M_3(x_3, y_3)$ ,  $M_4(x_4, y_4)$ ,  $M_5(x_5, y_5)$ .

**Μονάδες 5**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Γ' ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ - Δ' ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ - ΑΥΤΟΤΕΛΩΝ ΤΜΗΜΑΤΩΝ  
& ΤΜΗΜΑΤΩΝ ΣΥΝΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΣΑΒΒΑΤΟ 9 ΙΟΥΝΙΟΥ 2018**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_k$  οι τιμές μιας μεταβλητής  $X$  που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , όπου  $k, n$  μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με  $k \leq n$ .

**α.** Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα  $n_i$  που αντιστοιχεί στην τιμή  $x_i$ ,  $i=1, 2, \dots, k$ ;

(Μον. 3)

**β.** Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$ ,  $i=1, 2, \dots, k$ ;

(Μον. 3)

**γ.** Να αποδείξετε ότι  $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$ .

(Μον. 4)

**Μονάδες 10**

**A2.** Έστω  $f$  μία συνάρτηση με πεδίο ορισμού το  $A$ . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

- α. Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα  $(\bar{x}-s, \bar{x}+s)$ , όπου  $\bar{x}$  η μέση τιμή και  $s$  η τυπική απόκλιση.
- β.  $(\sin x)' = \eta\mu x$
- γ. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο ποσοτικών δεδομένων.
- δ. Η διακύμανση  $(s^2)$  είναι μέτρο διασποράς.
- ε. Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει  $f'(x) < 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται οι αριθμοί:  $14, 12, 18, 4a-1, 16$  με  $a \in \mathbb{R}$ .

- B1.** Αν η διάμεσος των παραπάνω αριθμών είναι ίση με 15, να υπολογίσετε την τιμή του  $a$ .

**Μονάδες 7**

- B2.** Για  $a=4$  να υπολογίσετε τη διακύμανση  $(s^2)$ .

**Μονάδες 7**

- B3.** Για  $a=4$  να εξετάσετε αν το δείγμα των παραπάνω αριθμών είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 5**

- B4.** Για  $a=4$  να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής των αριθμών που θα προκύψουν, αν ο καθένας από τους παραπάνω αριθμούς πολλαπλασιαστεί με το  $-2$  και στη συνέχεια αυξηθεί κατά 5.

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = 2x^3 - 3κx^2 + κ, \quad κ \in \mathbb{R} \text{ και } x \in \mathbb{R}.$$

**Γ1.** Εάν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(1, f(1))$  είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$ , να υπολογίσετε τον αριθμό  $κ$ .

**Μονάδες 5**

**Γ2.** Για  $κ=1$  να βρείτε την τιμή του  $x$  για την οποία ο ρυθμός μεταβολής της  $f(x)$  γίνεται ελάχιστος.

**Μονάδες 10**

**Γ3.** Για  $κ=1$  να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f'$  στο σημείο  $(-1, f'(-1))$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 4} + 2018, \quad x \in \mathbb{R}.$$

**Δ1.** Να δείξετε ότι  $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή του ακρότατου.

**Μονάδες 9**

**Δ3.** Να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 4)f'(x) - 2x}{x^2}$$

**Μονάδες 10**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ - ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΣΑΒΒΑΤΟ 8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης  $f(x)=x$  είναι  $f'(x)=(x)'=1$  για κάθε  $x$  στο σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών.

**Μονάδες 8**

**A2. α.** Ποιες μεταβλητές λέγονται ποσοτικές; (μον. 3)

**β.** Πότε μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται διακριτή και πότε συνεχής; (μον. 4)

**Μονάδες 7**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Ισχύει  $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .

**β.** Ισχύει  $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ , όπου  $f, g$  παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

**γ.** Ο σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.

δ. Σε κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, αν  $\alpha_i$  συμβολίζει το τόξο του κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί στη συχνότητα  $\nu_i$ , τότε  $\alpha_i = \frac{\nu_i}{\nu} \cdot 360^\circ$  για  $i = 1, 2, \dots, \kappa$  και  $\nu$  το μέγεθος του δείγματος.

ε. Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$ , όπου  $l_1, l_2$  πραγματικοί αριθμοί, τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x)) = l_1 l_2$ .

**Μονάδες 10**

### **ΘΕΜΑ Β**

Οι τιμές ενός δείγματος είναι  $11, 7, \kappa, 13, 11, 10$  όπου  $\kappa > 0$ . Ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος είναι  $CV = 20\%$  και η διακύμανσή του είναι  $s^2 = 4$ .

**B1.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  του παραπάνω δείγματος.

**Μονάδες 5**

**B2.** Αν  $\bar{x} = 10$ , να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού  $\kappa$ .

**Μονάδες 7**

**B3.** Αν  $\kappa = 8$ , να υπολογίσετε τη διάμεσο ( $\delta$ ) (μον. 4) και το εύρος ( $R$ ) (μον. 2) του παραπάνω δείγματος.

**Μονάδες 6**

**B4.** Αν από κάθε τιμή του παραπάνω δείγματος αφαιρεθεί ο αριθμός 2, να εξετάσετε αν το δείγμα των νέων τιμών είναι ομοιογενές (μον. 5) και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας (μον. 2).

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 10}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

**Γ1.** Να δείξετε ότι  $f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 10}}$ .

**Μονάδες 3**

**Γ2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία (μον. 5) και να δείξετε ότι  $f(x) \geq 3$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  (μον. 6).

**Μονάδες 11**

**Γ3.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης  $\varepsilon$  της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(5, f(5))$ .

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Αν  $A, B$  είναι τα σημεία τομής της εφαπτομένης  $\varepsilon$  με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  αντίστοιχα, να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων  $A$  (μον. 3) και  $B$  (μον. 2).

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + \lambda x, \quad \text{όπου } \lambda \in \mathbb{R} \text{ σταθερά.}$$

**Δ1.** Για  $\lambda = 3$  να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία (μον. 4) και να συγκρίνετε τους αριθμούς  $f\left(\frac{3}{8}\right)$  και  $f\left(\frac{5}{6}\right)$  (μον. 3).

**Μονάδες 7**



Δ2. Για  $\lambda = 3$  να υπολογίσετε το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{(\sqrt{x} - 1) \cdot (x^2 - x)}.$$

**Μονάδες 7**

Δ3. Για  $\lambda = 3$  να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$ , στο οποίο η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.

**Μονάδες 6**

Δ4. Να βρείτε τη μικρότερη τιμή του  $\lambda$  για την οποία η συνάρτηση  $f$  δεν παρουσιάζει ακρότατα.

**Μονάδες 5**

### ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.**
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.**
4. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ - ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΠΕΜΠΤΗ 18 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$  λέγεται συνεχής;

**Μονάδες 4**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Η συνάρτηση  $f(x) = |x|$  έχει παράγωγο στο σημείο  $x_0 = 0$ .

**β.** Τα χαρακτηριστικά ως προς τα οποία εξετάζουμε έναν πληθυσμό λέγονται μεταβλητές και τις συμβολίζουμε συνήθως με κεφαλαία γράμματα.

**γ.** Η σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$  δίνεται από τον τύπο  $f_i = \frac{v_i}{n}$ , όπου  $v_i$  η συχνότητα της τιμής  $x_i$  και  $n$  το μέγεθος του δείγματος.

**Μονάδες 6**

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε.

**α.**  $(f(x) \cdot g(x))' = \dots$

**β.**  $(\sqrt{x})' = \dots$ , με  $x > 0$

**γ.**  $(\sin x)' = \dots$

**Μονάδες 9**

**A4.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $f(x) = x^2$  είναι  $f'(x) = (x^2)' = 2x$ , για κάθε  $x$  στο σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών.

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Β**

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των βιβλίων που διάβασαν οι μαθητές ενός σχολείου κατά τη διάρκεια των καλοκαιρινών διακοπών:

$x_i$	$v_i$	$f_i\%$	$N_i$	$F_i\%$
0				
1				70
2	10			90
3		10		100
Σύνολο		100		

Δίνεται ότι το 40% των μαθητών δεν διάβασαν κανένα βιβλίο.

**B1.** Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τα κενά.

**Μονάδες 12**

**B2.** Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που έχουν διαβάσει τρία βιβλία;

**Μονάδες 3**

**B3.** Πόσοι μαθητές διάβασαν τουλάχιστον ένα βιβλίο;

**Μονάδες 5**

**B4.** Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που διάβασαν το πολύ δύο βιβλία;

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = x^3 - \lambda x^2 + 2$ , όπου  $\lambda \in \mathbb{R}$  σταθερά.

**Γ1.** Να βρείτε την τιμή του  $\lambda$ , ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  να διέρχεται από το σημείο  $A(-1, -2)$ .

**Μονάδες 4**

**Γ2.** Για  $\lambda = 3$  να βρείτε τις συναρτήσεις  $f'(x)$  και  $f''(x)$ .

**Μονάδες 6**

**Γ3.** Για  $\lambda = 3$  να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή των τοπικών ακροτάτων της.

**Μονάδες 8**

**Γ4.** Για  $\lambda = 3$  να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) + 3}{f''(x)}.$$

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο

$$f(x) = (x^2 + 4x + 5)^{20}.$$

**Δ1.** Να δείξετε ότι

$$f'(x) = 40(x^2 + 4x + 5)^{19} \cdot (x + 2).$$

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Να βρείτε το όριο:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h}.$$

**Μονάδες 4**

## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**Δ3.** Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$ , η οποία είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$ , έχει εξίσωση  $y=1$ .

**Μονάδες 8**

**Δ4.** Θεωρούμε σημείο  $A(x,1)$  της ευθείας  $y=1$  με  $x>0$ . Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της απόστασης των σημείων  $A(x,1)$  και  $O(0,0)$  ως προς  $x$ , όταν  $x=1$ .

**Μονάδες 8**

### **ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνον τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.**
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης.**
4. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**